

# Introduction à la Tribologie

---

Documents d'accompagnement du cours / II

## **Surfaces Rugueuses Aspects macroscopiques du frottement**

Antoine Chateauminois  
ESPCI/PCSM  
CNRS UMR 7615  
10 rue Vauquelin – 75231 Paris cedex 05

[antoine.chateauminois@espci.fr](mailto:antoine.chateauminois@espci.fr)

**Décembre 2008**

# **Les Surfaces Rugueuses**

# Les contacts rugueux

---

## Ordres géométriques de la surface d'une pièce

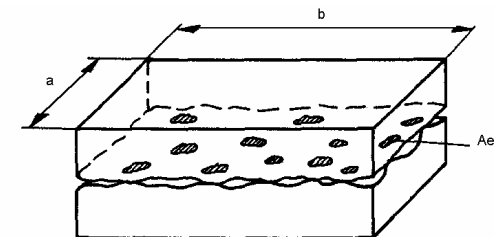
Longueur d'onde  $\lambda$  du profil de la surface

- **Ecart de forme**  $\lambda > 2500 \mu\text{m}$   
rectitude, linéarité
- **Ondulations**  $500 \mu\text{m} < \lambda < 2500 \mu\text{m}$
- **Rugosité microscopique**  
micro-aspérités de dimensions micrométriques

## Surfaces rugueuses : micro-contacts localisés entre aspérités

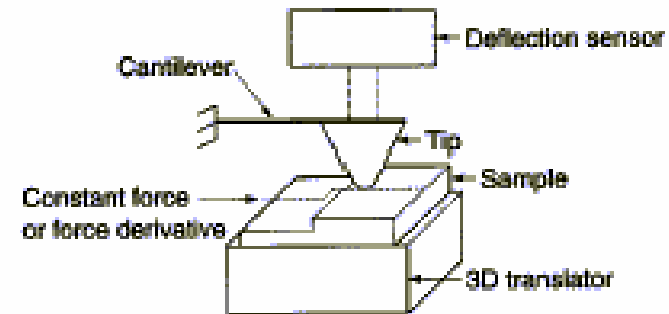
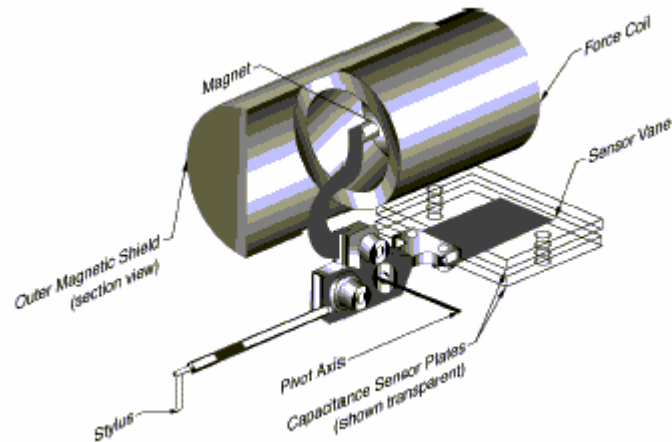
Aire de contact réelle < Aire de contact macroscopique (ou apparente)

Processus de frottement : cisaillement des jonctions entre microaspérités



# Mesures de rugosité

- Rugosimètres tactiles ou optiques



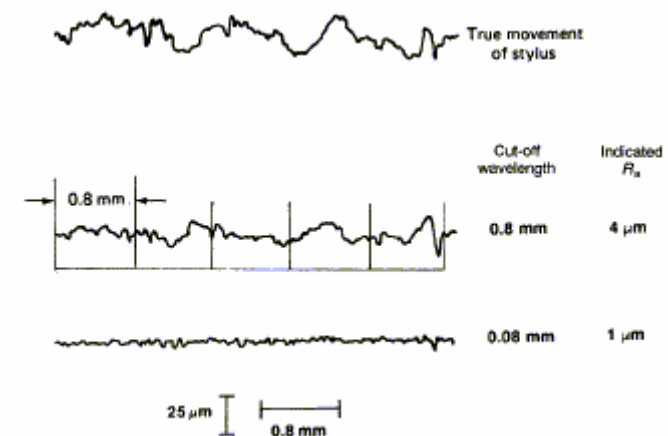
- Rugosité mesurée  $\neq$  caractéristique intrinsèque de la surface

- bande passante du profilomètre

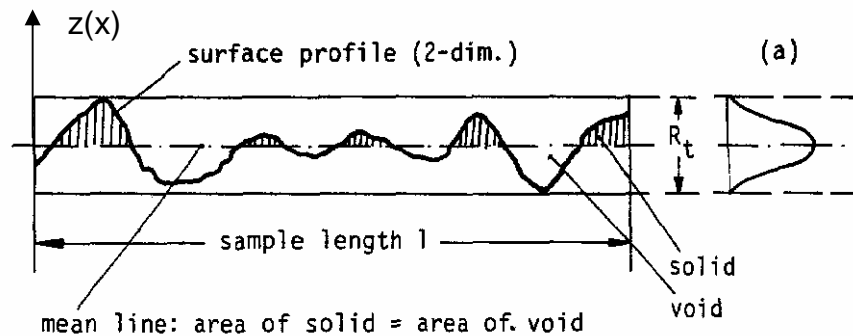
optique : longueur d'onde

tactile: rayon de la pointe

- paramètres d'échantillonnage du signal



# Caractéristiques des surfaces rugueuses



- Amplitude moyenne du profil

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |z| dx$$

- Ecart-type des hauteurs du profil

$$\sigma^2 = \frac{1}{L} \int_0^L z^2 dx$$

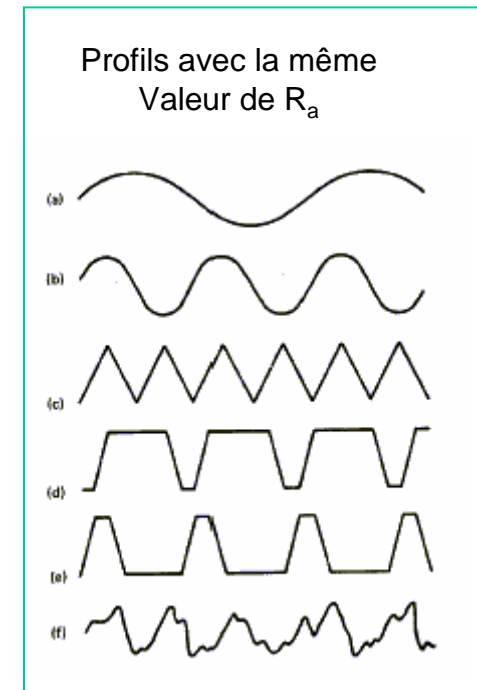
$$\sigma^2 \propto L$$

- Distribution des hauteurs de profils  
cumulative des hauteurs de profils

$$\phi(z)$$

$$\Psi(d)$$

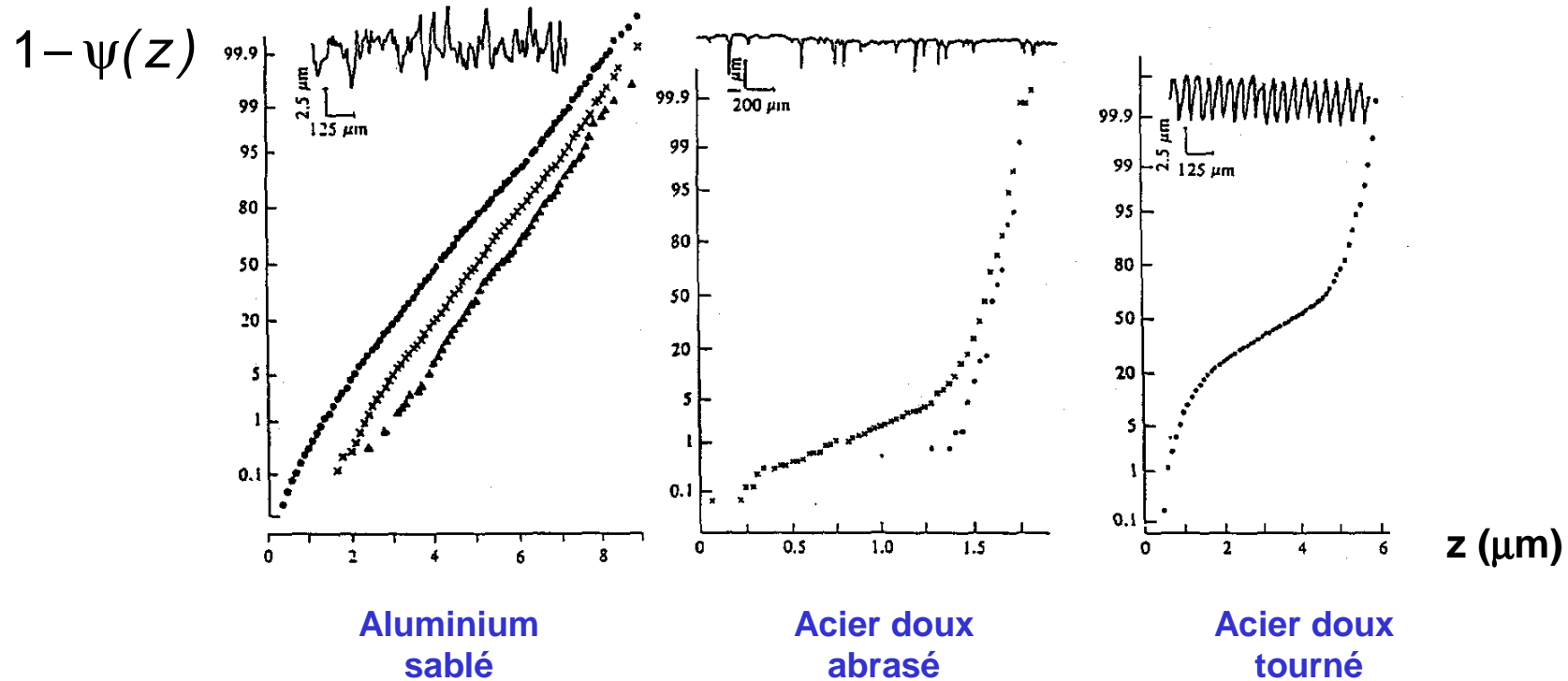
$$\Psi(d) = \text{prob}(z > d) = \int_d^{\infty} \phi(z) dz$$



**Paramètres essentiels du point de vue des paramètres rugueux :**

$\sigma$  , courbure moyenne des sommets des aspérités

# Exemples de distribution de hauteurs sur un profil de rugosité



- Distribution gaussienne des hauteurs de profils

$$\phi\left(\frac{z}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right)$$

Surfaces isotropes gaussiennes : la distribution des sommets est également gaussienne avec le même écart-type que la distribution des hauteurs

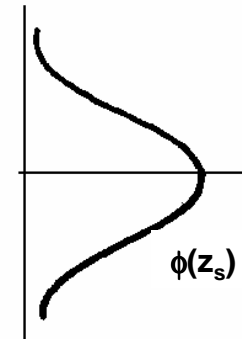
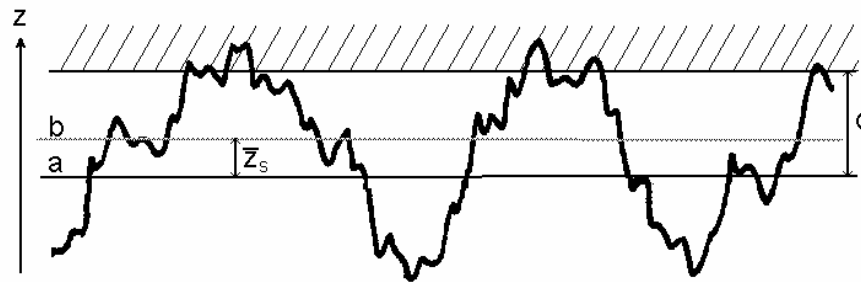
# Le modèle de Greenwood et Williamson /I

## Théorie statistique des contacts multi-aspérités (1966)

Surfaces rugueuses nominalelement planes  $\approx$  Surface rugueuse en contact avec un plan parfaitement lisse

$$\sigma_1 \quad \sigma_2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$



- Rugosité assimilée à une distribution en hauteur d'aspérités à extrémités sphériques de rayon  $r$
- Probabilité de contact d'une aspérité pour une distance de séparation  $d$

$$prob(z_s > d) = \int_d^{\infty} \phi(z_s) dz$$

$\phi(z)$  :Densité de probabilité

# Le modèle de Greenwood et Williamson //

Aire de contact apparente comprend  $N$  sommets

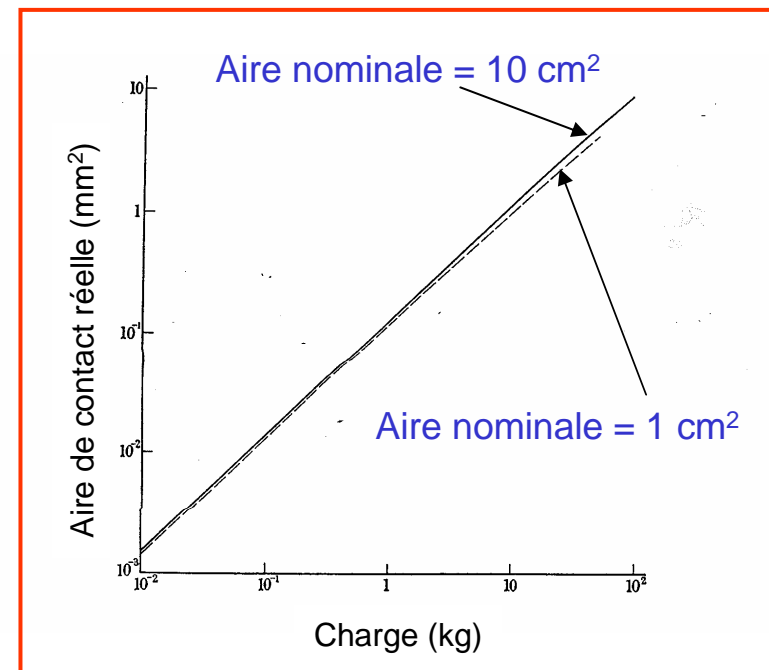
Pour une distance de séparation  $d$  :

$$n = N \int_d^{\infty} \phi(z_s) dz_s$$

**Hyp** : Comportement des aspérités en contact décrit par modèle de Hertz (élasticité)  
 $\phi(z)$  : gaussienne ou exponentielle

## Principaux résultats :

- Nombre de contact  $\propto$  effort normal appliqué  
indépendant de  $A_a$
- Taille moyenne des contacts  $\approx$  constante
- Aire de contact réelle  $\propto$  effort normal
- Pression moyenne de contact constante au niveau  
des aspérités





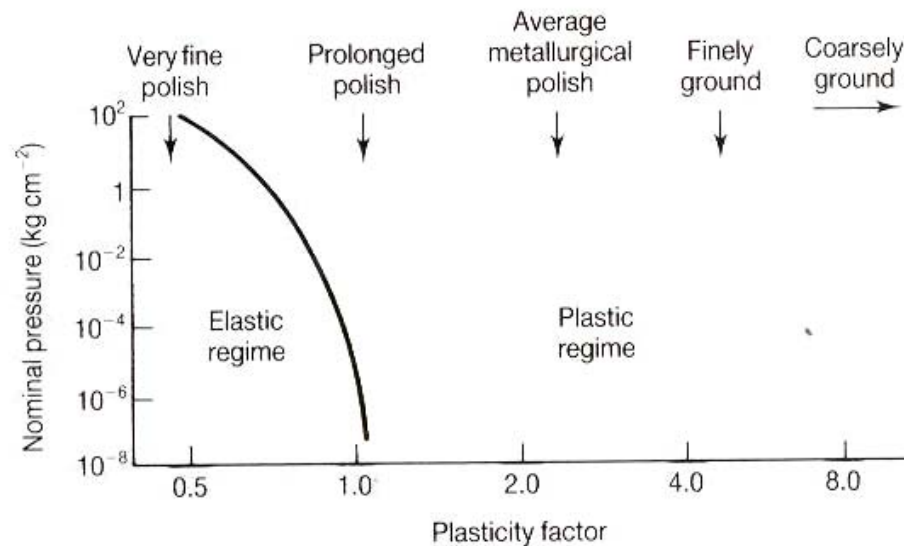
# Le modèle de Greenwood et Williamson / III

## Transition élasticité / plasticité

Index de plasticité

$$\psi = \frac{E^*}{H} \left( \frac{\sigma^*}{r} \right)^{1/2}$$

**H** : dureté (mesure de la contrainte d'écoulement plastique des aspérités)  
 $(\sigma^*/r)^{1/2} \approx$  pente moyenne des aspérités



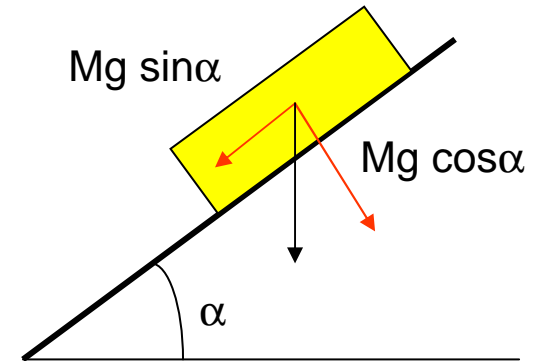
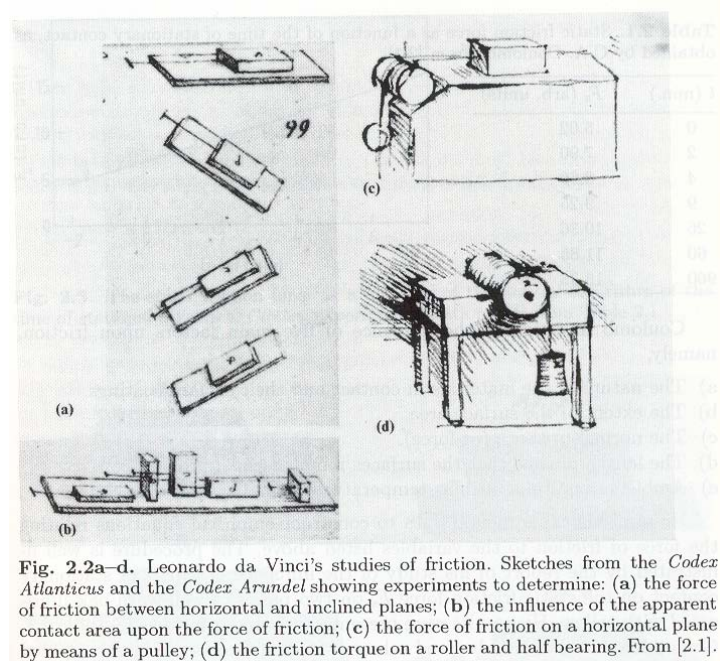
$$\psi_{\text{polymères}} < \frac{1}{10} \psi_{\text{métaux}}$$

- $\psi > 1$  déformation plastique des aspérités sous des charges très faibles
- $\psi < 0.6$  déformation élastique des aspérités y compris sous des charges importantes

## **Aspects macroscopiques du frottement**

# Les loi d'Amontons – Coulomb / I

## Leonardo da Vinci (1495)



$$\mu = \frac{F}{L} = \frac{Mg \sin \alpha}{Mg \cos \alpha} = \tan \alpha$$

## Amonton (1699)

- Le rapport entre la force de frottement et effort normal est constant
- La force de frottement est indépendante de l'aire de contact

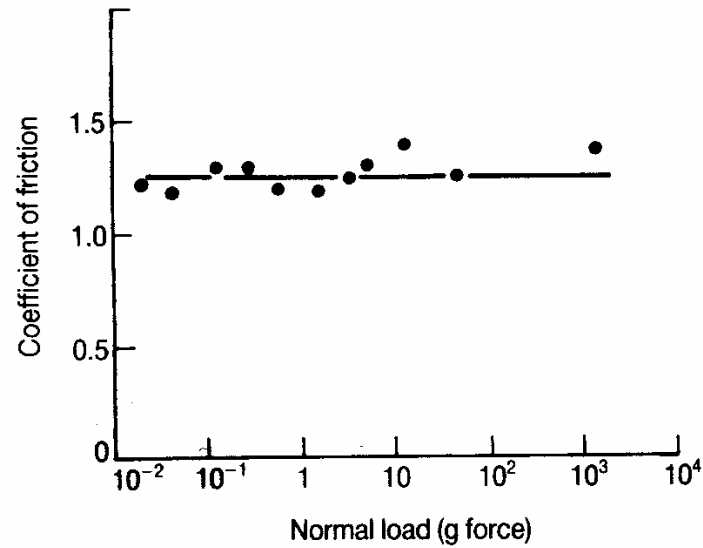
Coefficient de Frottement

$$\mu = F / L$$

## Coulomb (1785)

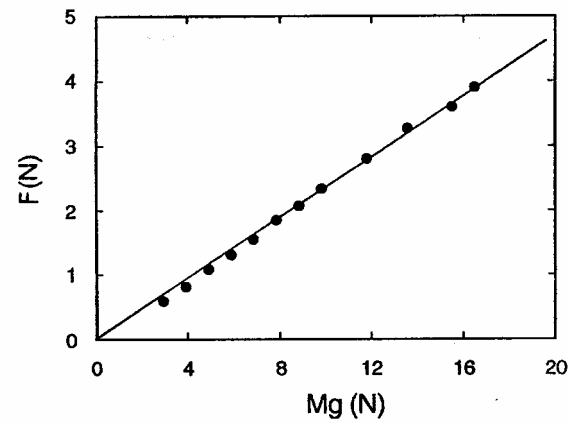
- Le coefficient de frottement est indépendant de la vitesse

- Acier / aluminium



**Fig. 3.2** The variation of the coefficient of friction,  $\mu$ , with normal load,  $W$ , for the unlubricated sliding of steel on aluminium in air (from Bowden F P and Tabor D, *The Friction and Lubrication of Solids*, Clarendon Press, Oxford, 1950)

- Papier / papier



**Fig. 1.2.** The steady sliding friction force  $F$  at  $v = 10 \mu\text{m/s}$  as a function of the loading force  $L = Mg$  for a paper-paper interface. The dynamical friction coefficient is  $\mu = 0.24$ . From [1.19].

# La loi d'Amontont - Coulomb / II

## Interprétations de Coulomb :

Reconnaissance du caractère rugueux des surfaces hypothèses relatives à l'ancrage mécanique des surfaces au niveau des aspérités

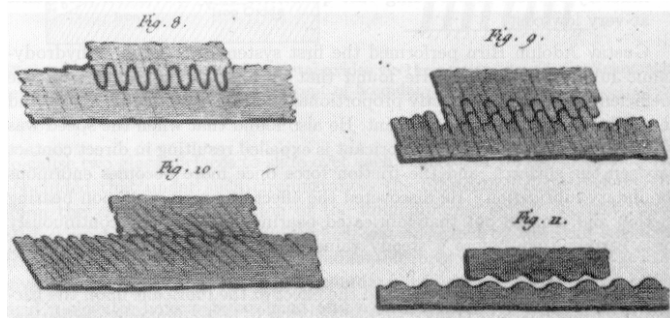


Fig. 2.4. C.A. Coulomb's representation of rough surfaces (Coulomb, 1785). From [2.1].

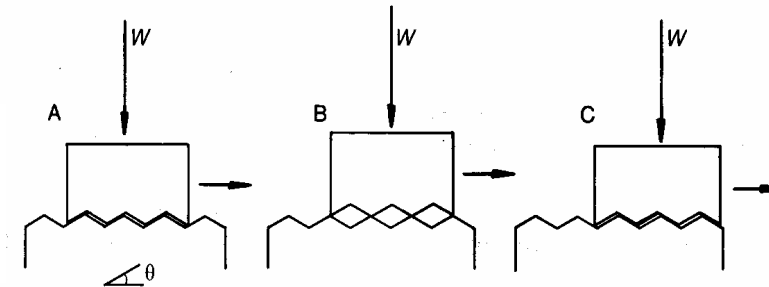


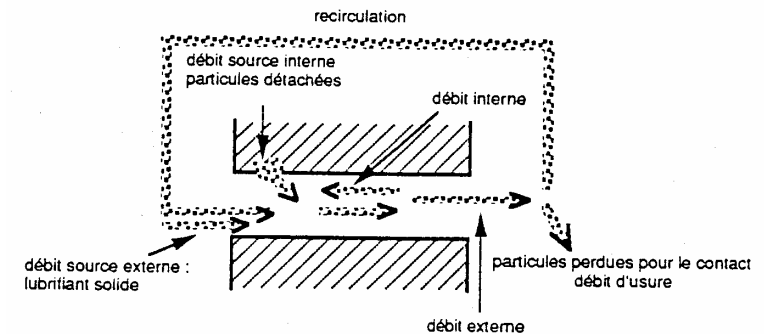
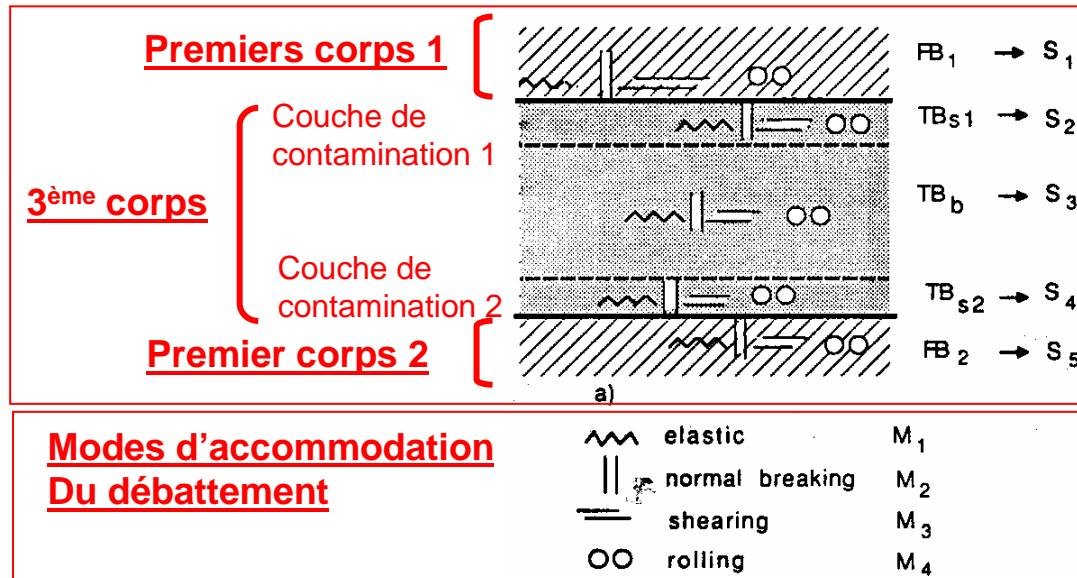
Fig. 3.4 A schematic diagram illustrating the principles behind the Coulomb model for sliding friction. The surface roughness is assumed to have a sawtooth geometry. As sliding occurs from position A to B work is done against the normal load  $W$ . The normal load then does an equal amount of work as the surfaces move from B to C

## De nombreuses contradictions avec les expériences :

- Frottement de surface lisses peut être plus élevé que celui de surface rugueuses.
- Diminution importante du frottement en présence de couches adsorbées alors que la rugosité n'est pas modifiée.
- Pas de dissipation d'énergie !

# Frottement en présence d'usure

## La vision du mécanicien....



## Circuit Tribologique

## ..... Mais également des effets tribo-chimiques

### Les conséquences :

- Le coefficient de frottement n'est pas une caractéristique intrinsèque des matériaux en contact
- Il dépend de très nombreux paramètres (dont la force normale !) et peut évoluer au cours du temps
- Le coefficient de frottement est souvent de peu d'utilité dans la compréhension des processus physiques de frottement
- La valeur du coefficient de frottement n'est pas corrélée à la résistance à l'usure

# Le modèle de Bowden et Tabor (1950)

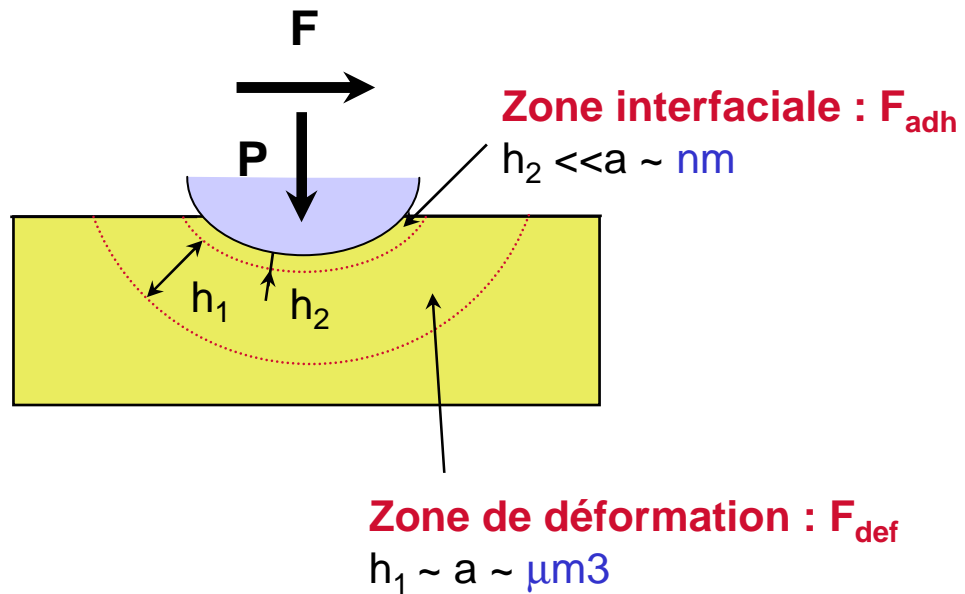
Force de frottement

$$F = F_{adh} + F_{def}$$

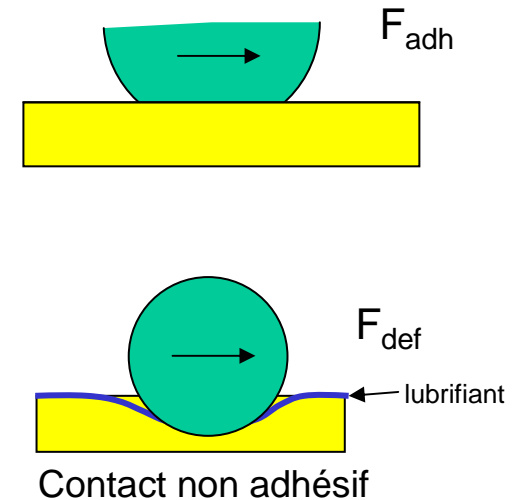
$F_{adh}$  : Composante 'adhésive' de la force de frottement

$F_{def}$  : Terme de déformation

Les composantes  $F_{adh}$  et  $F_{def}$  sont supposées découplées



Découplage des termes  $F_{adh}$  et  $F_{def}$

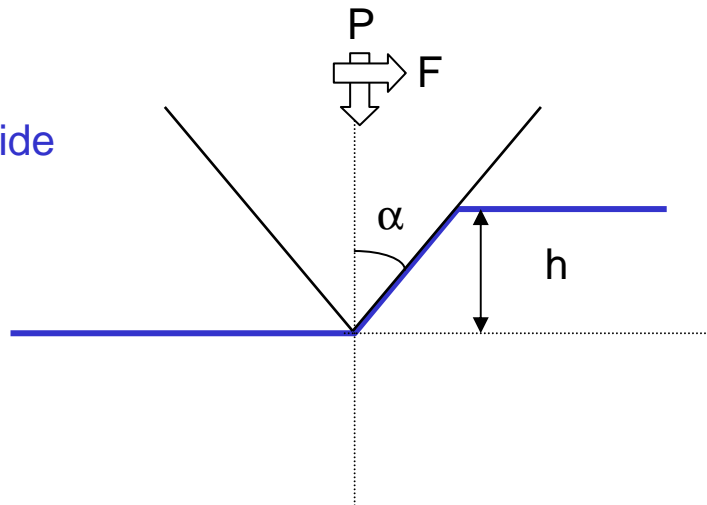


## Le terme de déformation $F_{\text{def}}$ / I

- Associé à la déformation du matériau dans des volumes de l'ordre de grandeur des dimensions du contact
- Effets dissipatifs liés à la plasticité, à la visco-élasticité...

### Plasticité

Aspérité rigide  
conique



Cisaillement nul à l'interface  
poinçon / substrat :

$$F_{\text{def}} = Hah = Hh^2 \tan \alpha$$

$$P = \frac{H\pi a^2}{2} = \frac{H\pi h^2 \tan^2 \alpha}{2}$$

$$\mu_{\text{def}} = \frac{F_{\text{def}}}{P} = \frac{2}{\pi} \cot \alpha$$

Surfaces 'réelles' : les pentes des aspérités sont toujours inférieures à  $10^\circ$  soit  $\alpha > 80^\circ$

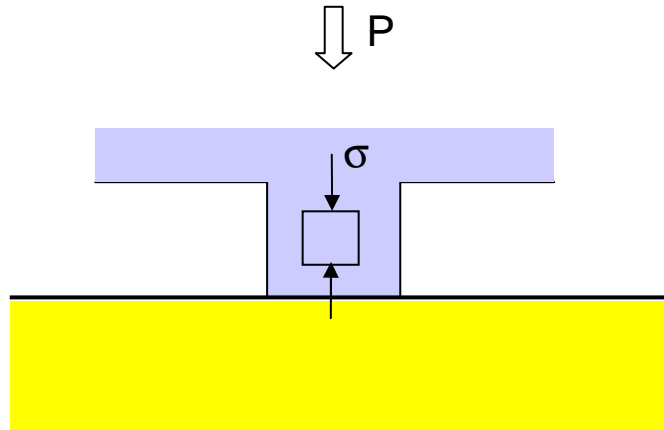
$$\Rightarrow \mu_{\text{def}} \approx 0.1$$

**Valeur sous-estimée** : effets d'écroutissage  
croissance des aspérités sous l'action du frottement

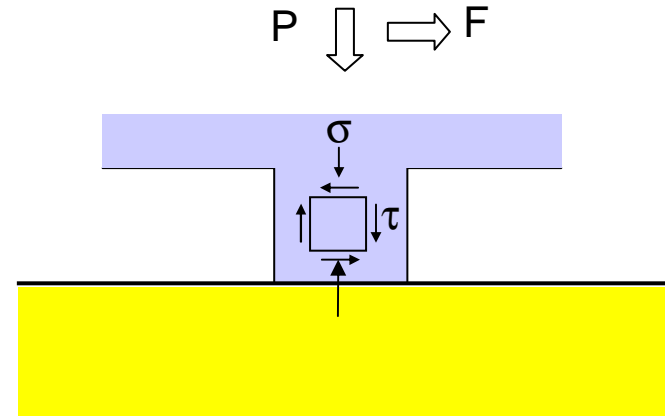


## Le terme de déformation $F_{\text{def}} / II$

### Déformation plastique



### Croissance des aspérités sous cisaillement



- Critère de plasticité (Von Mises):

$Y$  seuil de plasticité en compression uniaxiale:

$$\sigma = P / A \quad \text{et} \quad \tau = F / A$$

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = Y^2$$

$$P^2 + 3F^2 = A^2 Y^2$$

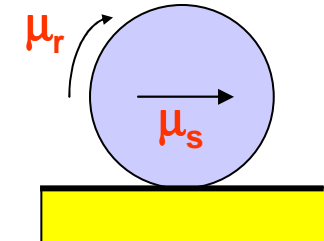
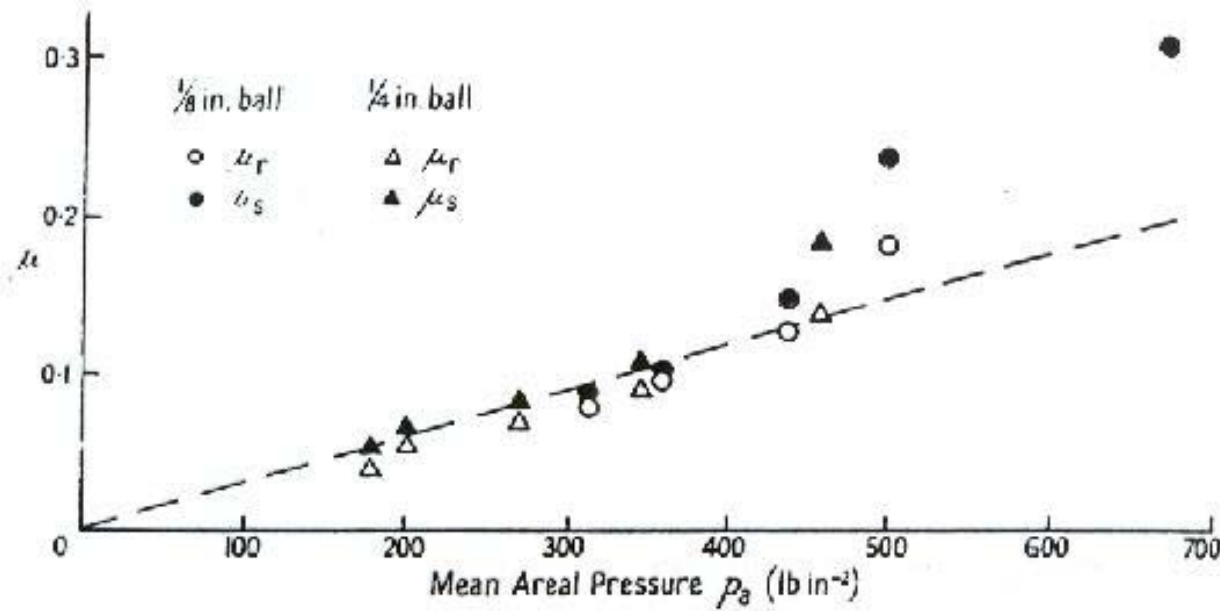
Si la charge est supposée constante, les dimensions de l'aspérité cisailée plastiquement doivent donc s'accroître sous l'action du cisaillement

- $\mu \sim 1$   $\sigma = \tau$  donc  $\sigma = 1/2 Y$  : la pression normale correspondant à l'écoulement plastique sous cisaillement est moitié moindre que sous contrainte normale seule.

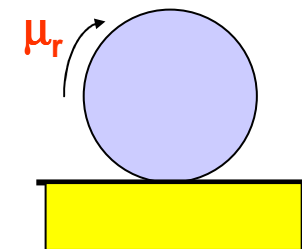
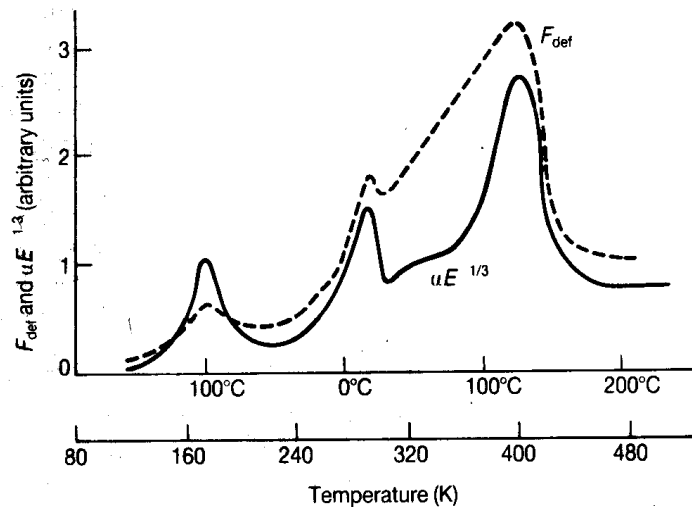
$\Rightarrow$  Sous  $P$  fixé, l'aire de contact double dès l'application d'un cisaillement.

# Le terme de déformation $F_{\text{def}}$ / III

## Dissipation viscoélastique dans les contacts : comportement non coulombien



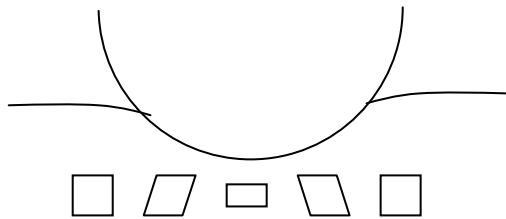
Sphères d'aciers en roulement ou en glissement sur du caoutchouc lubrifié



Sphère d'acier en roulement Sur du PTFE

# Le terme de déformation $F_{\text{def}} / \text{IV}$

## Déformation viscoélastique



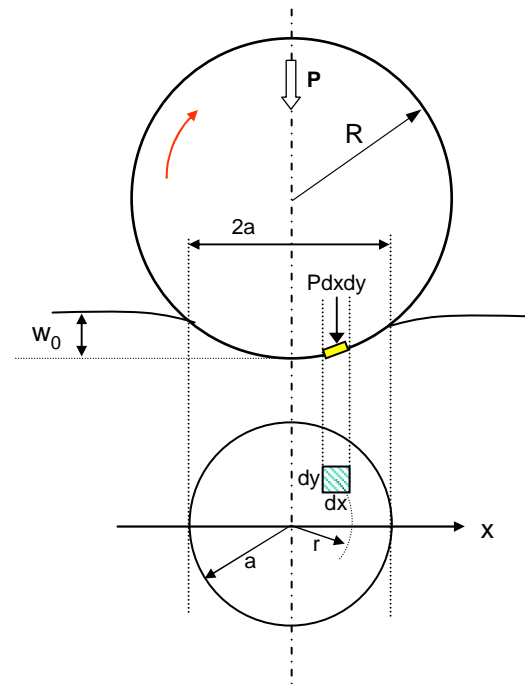
### Evaluation du travail des forces de compression

$$p = \frac{3P}{2\pi a^2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad a = \left[ \frac{3}{4} PR \left( \frac{1 - \nu^2}{E} \right) \right]^{1/3}$$

- Déplacement vertical  $w = w_0 - \frac{r^2}{2R}$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{x}{R}$$

- Travail élémentaire des forces de compression par unité de distance  $\phi_d$



$$d\phi = -p dx dy \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{p}{R} x dx dy$$

$$\phi = \frac{1}{R} \iint p x dx dy = \frac{3Pa}{16R}$$

$$\phi = \frac{3}{16} \frac{P^{4/3}}{R^{2/3}} \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{1 - \nu^2}{E} \right) \right]^{1/3}$$

$$\mu_{\text{def}} = \frac{F}{P} = \frac{\alpha \phi}{P} = \frac{3\alpha}{16} \left( \frac{a}{R} \right)$$

$$\mu_{\text{def}} = \frac{3\alpha}{16} \left[ \frac{3P}{4R^2} \left( \frac{1 - \nu^2}{E} \right) \right]^{1/3}$$

$$\mu_{\text{def}} \propto \alpha P^{1/3} R^{-2/3} E^{-1/3}$$

avec  $\alpha \approx \tan \delta$

$$P^{1/3} R^{-2/3} \propto p_m$$

# Frottement des caoutchoucs

## Relation entre frottement et pertes viscoélastiques de caoutchoucs vulcanisés Equivalence temps-température (formalisme WLF)

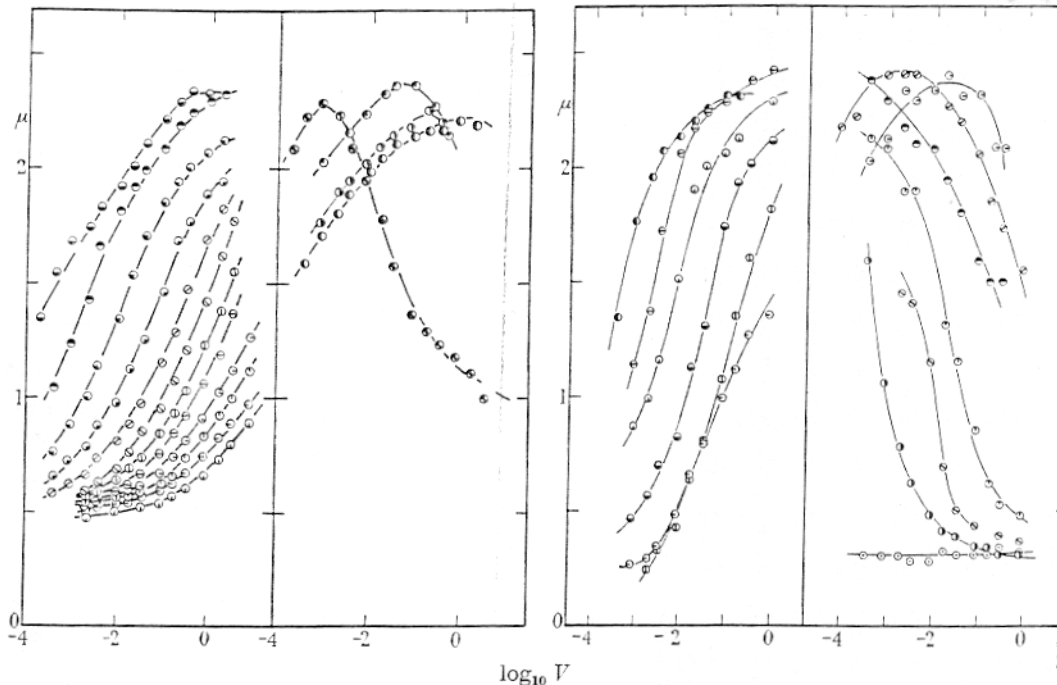


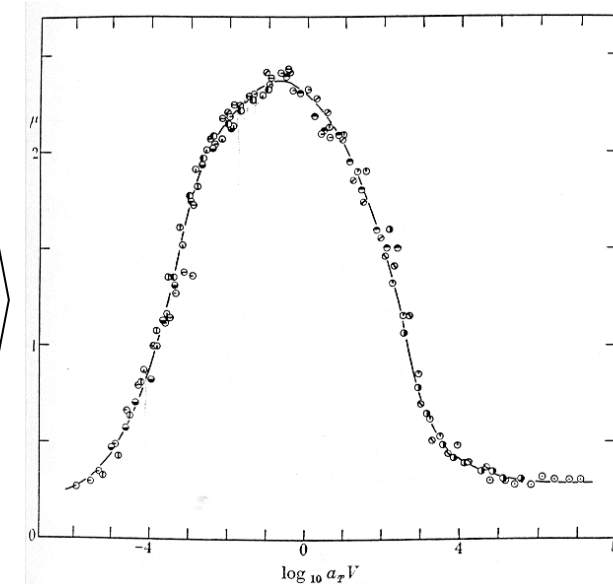
FIGURE 2

FIGURE 3

FIGURE 2. Coefficient of friction as function of the sliding velocity at various temperatures of the isomerized natural rubber *E* on clean silicon carbide. Curves are shown in two groups for clarity.  $\odot$ , 90 °C;  $\ominus$ , 75 °C;  $\oplus$ , 59 °C;  $\ominus$ , 45 °C;  $\ominus$ , 29 °C;  $\oplus$ , 20 °C;  $\ominus$ , 9.5 °C;  $\oplus$ , 0.2 °C;  $\ominus$ , -9.8 °C;  $\oplus$ , -20 °C;  $\ominus$ , -28 °C;  $\oplus$ , -35 °C;  $\ominus$ , -40 °C;  $\oplus$ , -45 °C;  $\ominus$ , -50 °C;  $\oplus$ , -58 °C.

FIGURE 3. Coefficient of friction as function of the sliding velocity at various temperatures of the acrylonitrile-butadiene rubber *C*, on wavy glass. Curves are shown in two groups for clarity.  $\ominus$ , 85 °C;  $\oplus$ , 70 °C;  $\ominus$ , 55 °C;  $\oplus$ , 40 °C;  $\ominus$ , 30 °C;  $\oplus$ , 20 °C;  $\ominus$ , 10 °C;  $\oplus$ , 5 °C;  $\ominus$ , 0 °C;  $\oplus$ , -5 °C;  $\ominus$ , -10 °C;  $\oplus$ , -12.5 °C;  $\ominus$ , -15 °C.

### Courbe Maîtresse



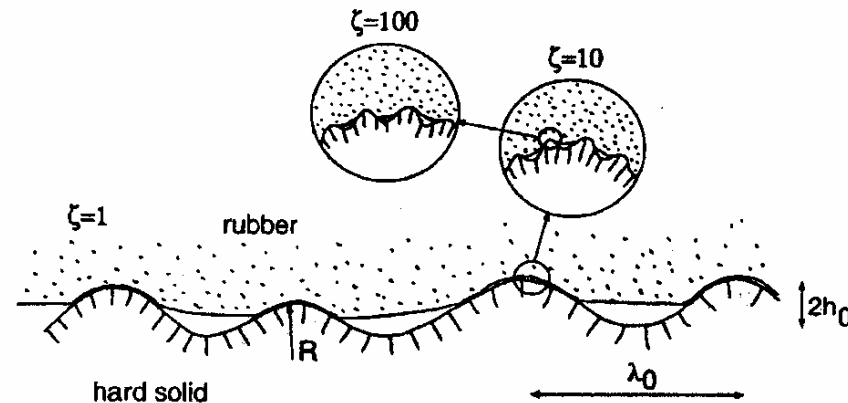
Master curve of the coefficient of friction of the acrylonitrile-butadiene rubber on *C* on wavy glass, reference temperature  $T_0 = 20$  °C. Key as for figure 3.

# Le terme adhésif $F_{\text{def}} / III$

## Matériaux viscoélastiques sur solide rugueux

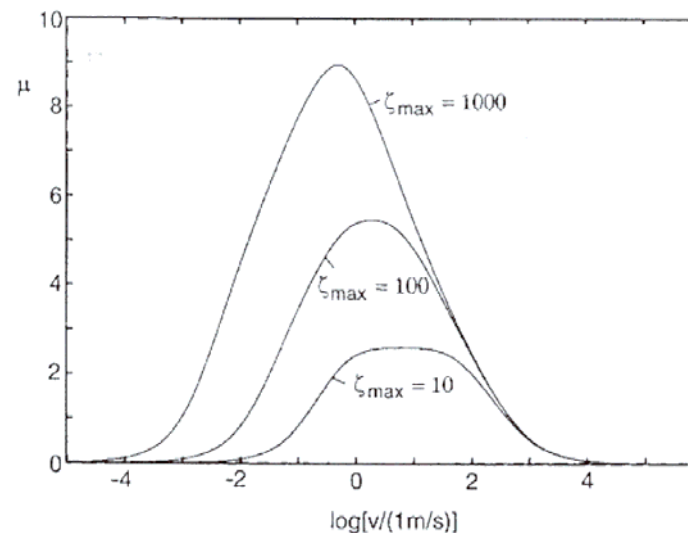
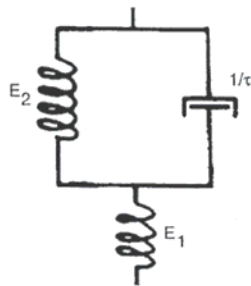
Période de sollicitation  $T$  associée au glissement :  
Temps caractéristique du matériau

$t_s \sim \lambda / v$   $\lambda$  longueur d'onde des aspérités  
 $\tau(T)$



### • Coefficient de frottement d'un caoutchouc sur une surface fractale

Modèle rhéologique



La dissipation liée au frottement  
Dépend de la rugosité

## Le terme adhésif $F_{\text{adh}} / F$

- Cisaillement des jonctions adhésives entre microaspérités.
- Contrainte de scission interfaciale  $\tau$  : Adhésion + rhéologie du film interfacial

$$F_{\text{adh}} = \tau A$$

$A$  = aire de contact réelle

$$\mu_{\text{adh}} = \frac{F}{P} = \frac{\tau A}{A p_m} = \frac{\tau}{p_m}$$

$p_m = P/A$  = pression moyenne de contact

- Contact ruqueux (Greenwood) :  $A \propto P$  donc  $p_m$  est indépendant de  $P$

⇒ Expression de Coulomb  $\mu = \tau / p_m$

- Contact plastique  $P = H$

$$\mu_{\text{adh}} = \frac{\tau}{H}$$

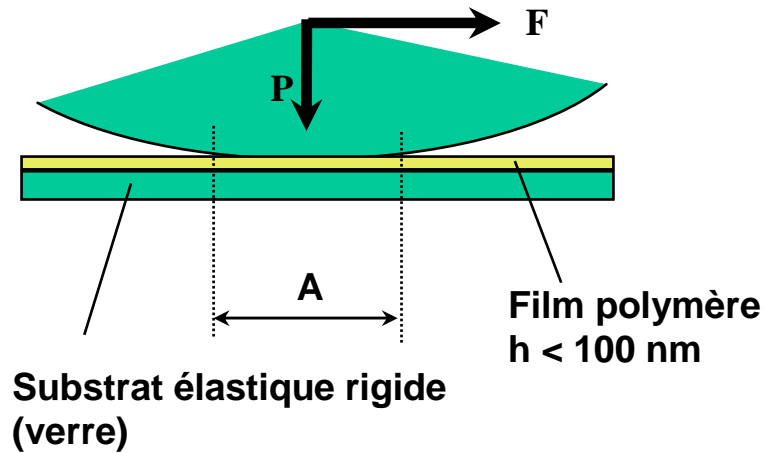
Expérimentalement :  $H \sim 3Y$   
 $\tau \sim Y/2$  (limite d'écoulement plastique sous cisaillement)

$$\mu_{\text{adh}} = \frac{Y}{H} \approx 0.2$$

$\tau$  souvent limitée par couches de contamination

## Le terme adhésif $F_{\text{def}} / II$

### Rhéologie interfaciale de couches polymères minces



$$\tau = \tau_0 + \alpha p_m$$

$\tau_0$  et  $\alpha$  caractéristiques du film

$$\mu = \frac{F}{P} = \frac{\tau}{p_m} = \frac{\tau_0}{p_m} + \alpha$$

Frottement non Coulombien

### Analogie avec la plasticité des polymères

$$\tau_y = \tau_{y0} + \alpha_y P_H$$

$$\alpha \approx \alpha_y$$

$$\tau_0 \approx \tau_{oy} / 10$$

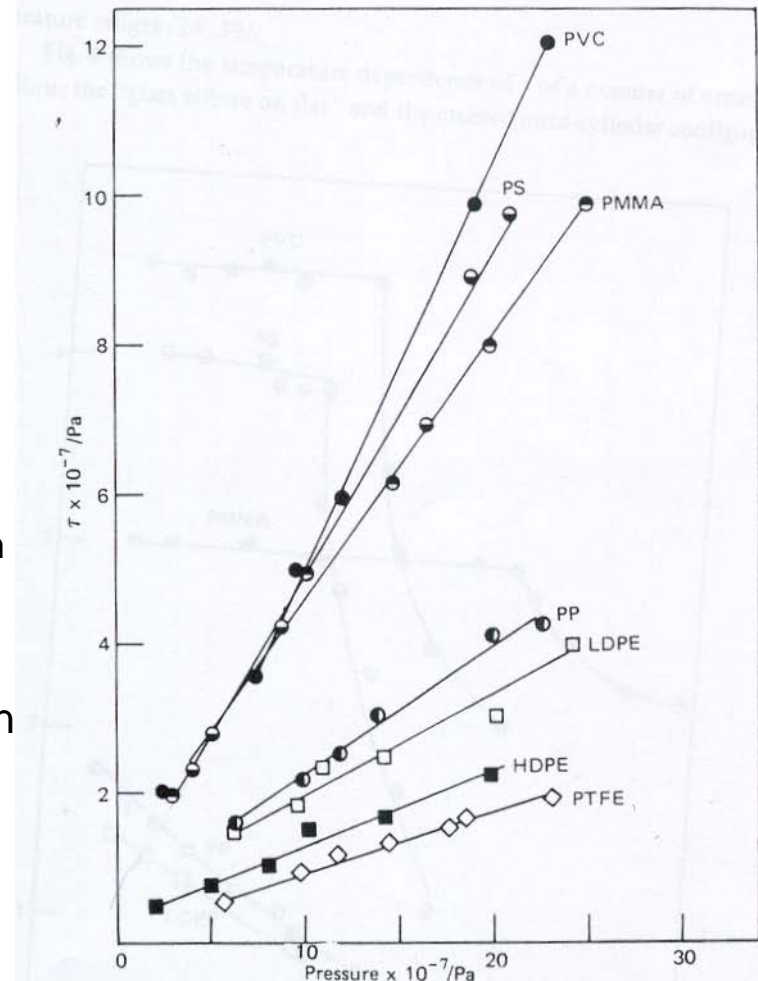
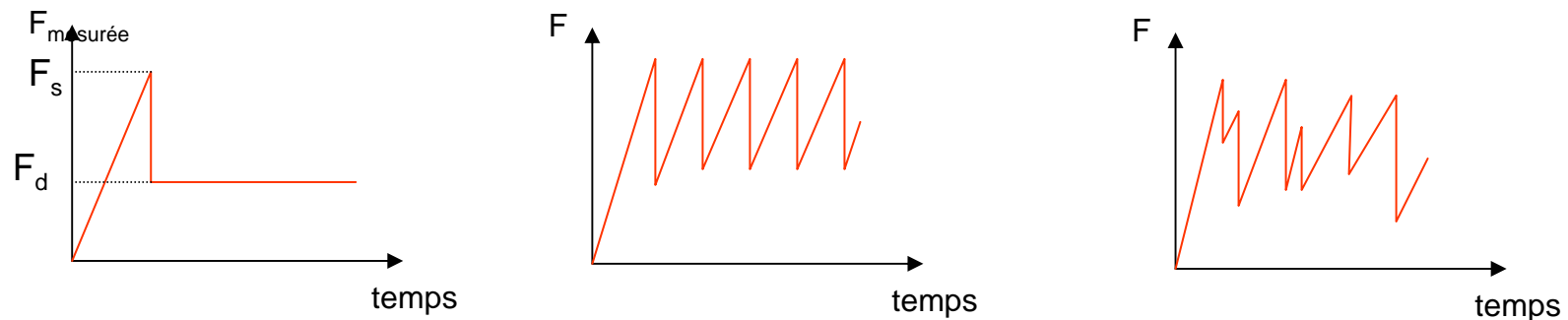


Fig. 3. Interfacial shear-strength,  $\tau$ , against mean contact pressure,  $P$ , for various thin,  $\approx 100 \text{ nm}$ , polymeric films. The data are for  $20^\circ\text{C}$ , and a sliding velocity of about  $0.2 \text{ mm s}^{-1}$ . PVC: polyvinylchloride; PS: polystyrene; PMMA: polymethylmethacrylate; PP: polypropylene; LDPE: low density polyethylene; HDPE: high density polyethylene; PTFE: polytetrafluoroethylene. The data show that  $\tau$  is a linear function of  $P$ , and that in the present range  $\tau$  is given by  $\tau = \tau_0 + \alpha P$ , where  $\tau_0$  and  $\alpha$  are constants.

# Instabilités de glissement : le frottement saccadé ou 'stick-slip' / I

Stick-slip correspond à des intermittences du mouvement relatif entre les surfaces en contact : Alternance de phases de glissement (slip) et de phases de 'collage' (stick).



Le stick-slip peut se produire à de nombreuses échelles :

- **Échelle macroscopique** : discontinuités du déplacement du centre de gravité des corps en contact et des efforts mesurés
- **Échelle microscopique** : localisation du stick-slip à l'interface au niveau d'aspérités ou de groupes de molécules.

La statistique de ces mouvements de stick-slip locaux conduit à une moyennation des fluctuations associées à l'échelle du contact : l'effort moyen peut rester stationnaire.

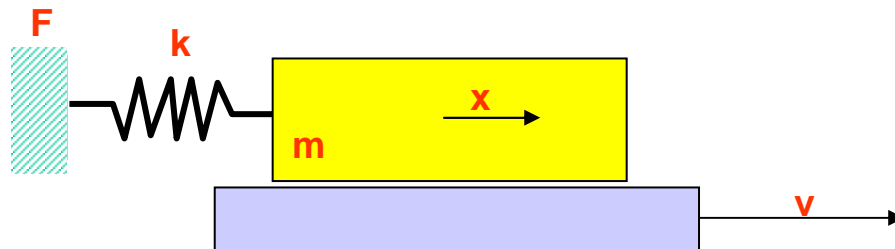


# le frottement saccadé / II

Le stick-slip résulte d'un couplage entre :

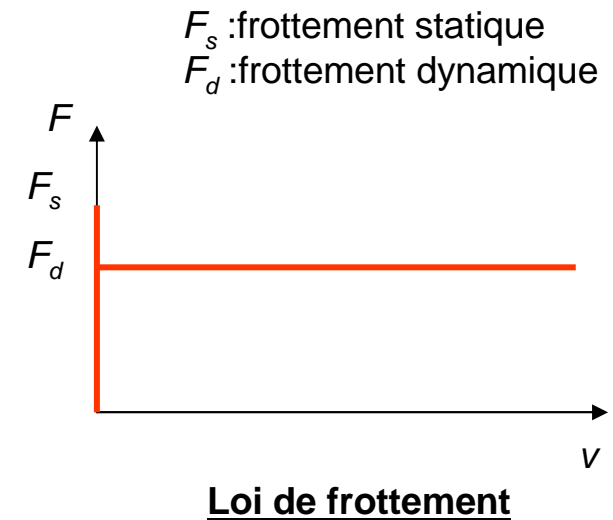
- \* **La réponse dynamique du système frottant :**  
Raideur, amortissement, masse (inertie)
- \* **La dynamique du frottement à l'interface :**  
Différence entre la valeur statique ( $\mu_s$ ) et dynamique ( $\mu_d$ ) du coefficient de frottement,  
Dépendance de  $\mu_s$  et  $\mu_d$  vis à vis de la vitesse de glissement et du temps

## Un modèle simple de stick-slip



K : raideur du ressort

masse m



# le frottement saccadé / III

En phase de glissement

Force d'entraînement :  $F_d$

Force de rappel :  $F=kx$

- Equilibre dynamique du système

$$m\ddot{x} - F_d = -kx$$

- Conditions aux limites  $t = 0 \quad x(0) = \frac{F_s}{k} \quad \dot{x}(0) = v$

$$x(t) = \frac{1}{k} \{ (F_s - F_d) \cos \omega t + F_d \} + \frac{v}{\omega} \sin \omega t$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

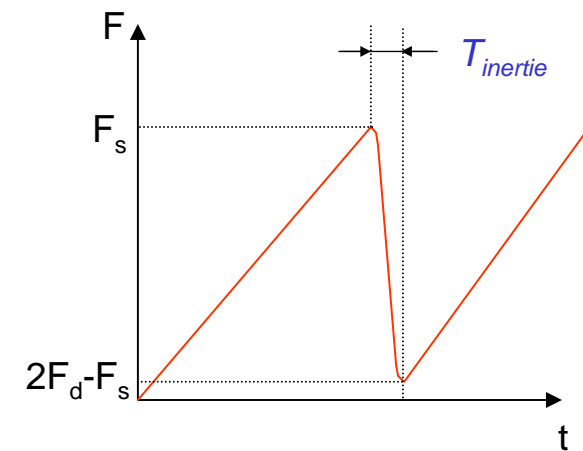
En phase de glissement, la vitesse d'entraînement  $v$  peut être négligé devant  $dx/dt$  :

$$x(t) \approx \frac{1}{k} \{ (F_s - F_d) \cos \omega t + F_d \}$$

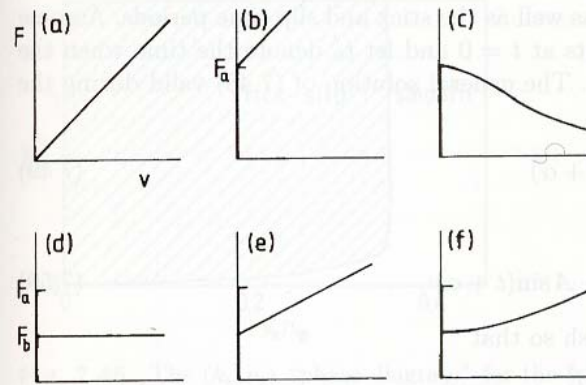
Temps caractéristique de la phase de glissement:

$$T_{\text{inertie}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

La force  $F$  oscille entre  $F_s$  et  $2F_d - F_s$

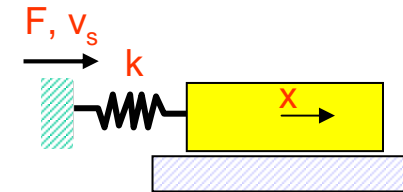


# le frottement saccadé / III

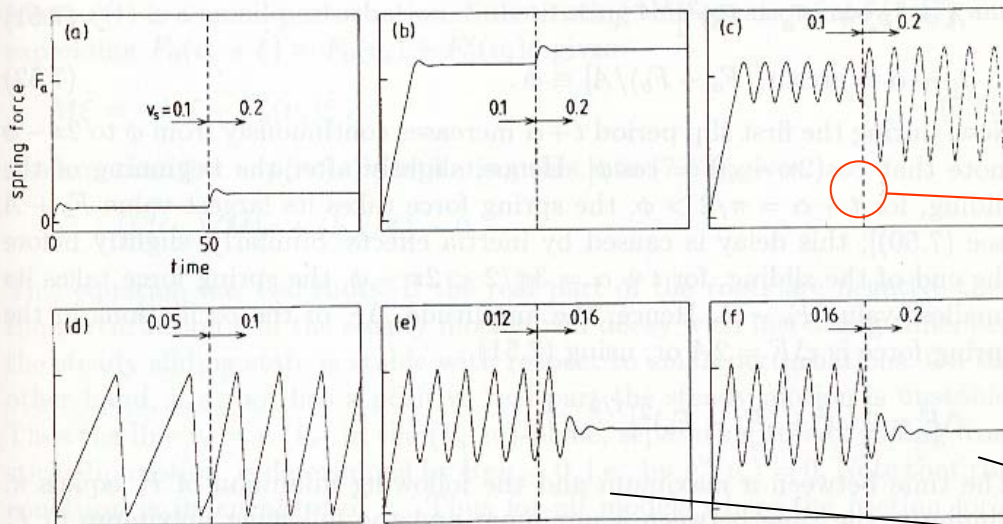


Loi de frottement

Fig. 7.43. The friction "law" is given by (a)  $F_0 = F_a v / v_0$  while in cases (b-f),  $F_0 \leq F_a$  if  $v = 0$  and if  $v > 0$ , (b)  $F_0 = F_a(1 + v/v_0)$ , (c)  $F_0 = F_a / [1 + (v/v_0)^2]$ , (d)  $F_0 = F_b$ , ( $F_b < F_a$ ), (e)  $F_0 = F_b(1 + v/v_0)$ , (f)  $F_0 = F_b[1 + (v/v_0)^2]^{1/2}$ .



$v$ : vitesse de glissement à l'interface



Force mesurée :  $F = k(v_s t - x)$

Accroissement de la vitesse  $v_s$

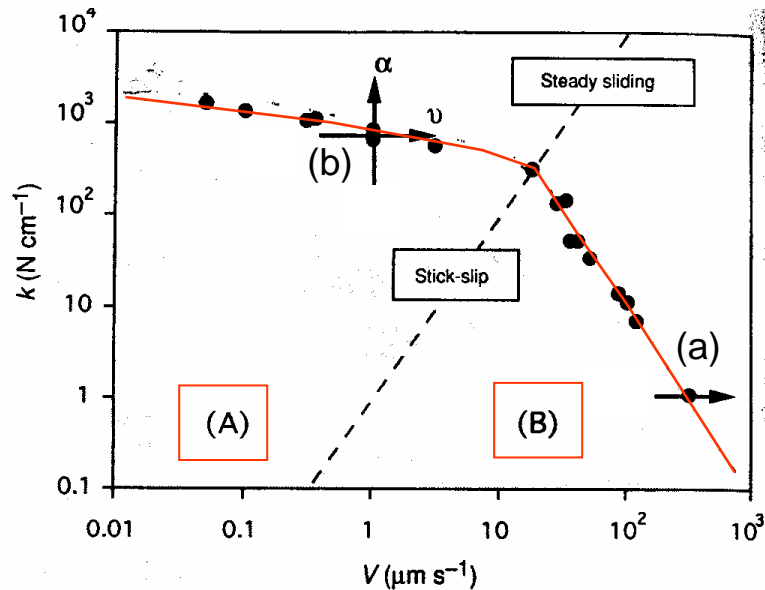
Transition glissement saccadé/  
Glissement stable

Fig. 7.44. The spring force  $F_s$  as a function of time for the friction laws (a-f) in Fig. 7.39. In all cases,  $F_b = F_a/2$  and  $v_0 = 1$  while in cases (a-c),  $v_s = 0.1$  for  $t < 50$  and  $0.2$  for  $t > 50$  and in case (d),  $v_s = 0.05$  for  $t < 50$  and  $0.1$  for  $t > 50$ , and in case (e),  $v_s = 0.12$  for  $t < 50$  and  $0.16$  for  $t > 50$ , and in case (f),  $v_s = 0.16$  for  $t < 50$  and  $0.2$  for  $t > 50$ .

# le frottement saccadé / IV

## Transition frottement stable / frottement saccadé

Frottement Bristol/Bristol



**Domaine (B)**  
Régime Inertiel

**Domaine (A)**  
Régime de 'fluage'

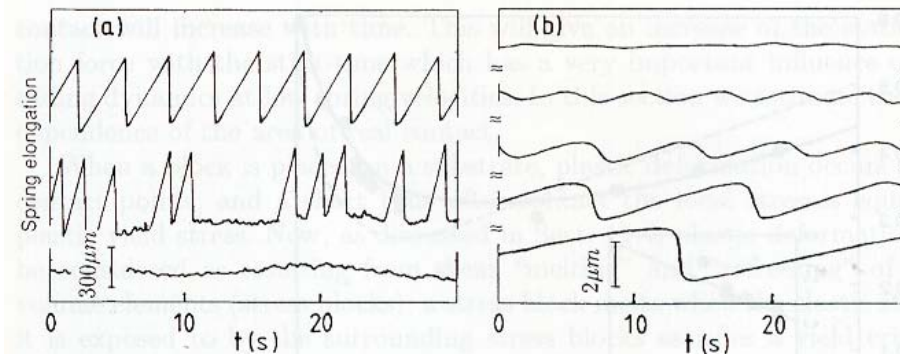


Fig. 13.2. (a) The spring elongation (proportional to the spring force) in the inertial regime [arrow *a* in Fig. 13.1] for three different spring velocities,  $v_s = 890 \mu\text{m/s}$  (bottom),  $525 \mu\text{m/s}$  (middle), and  $275 \mu\text{m/s}$  (top). In the measurements  $k = 100 \text{ N/m}$  and  $m = 1.2 \text{ kg}$ . (b) The same as (a) but now in the creep region [arrow *b* in Fig. 13.1] with, from lower to upper curve,  $v/v_c = 0.25, 0.42, 0.59, 0.75$ , and  $1.0$ . From [13.2].

- Régime inertiel :

$$T_{\text{inertie}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Frontière entre les deux régimes correspond  
au critère  $T_{\text{inertie}} \sim T_{\text{fluage}}$

- Régime de fluage :

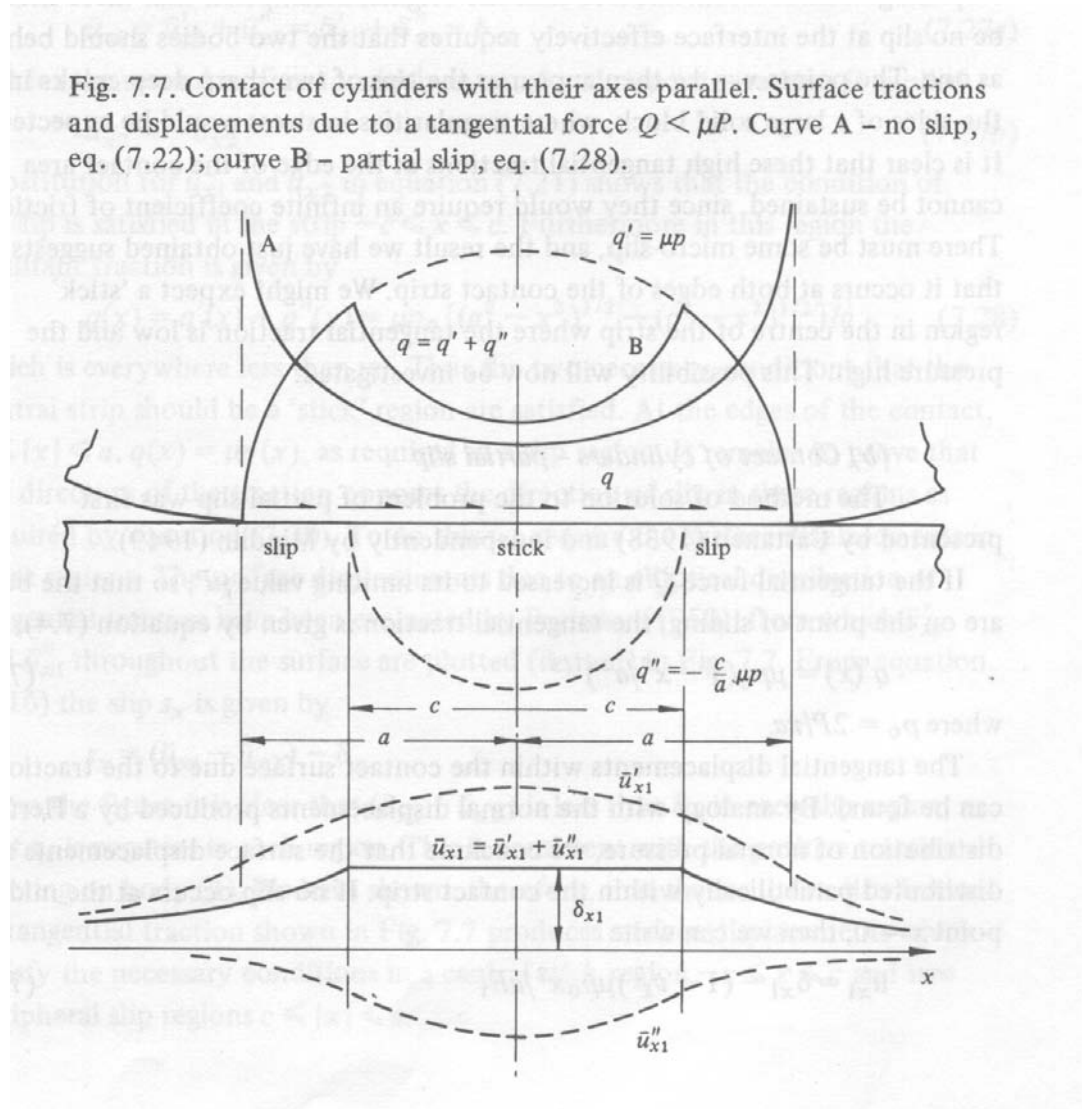
$$T_{\text{fluage}} \approx dv^{-1}$$

$d$  : distance de fluage de l'ordre de quelques micromètres

# La transition vers le glissement / Contact élastique non adhésif

## • chargement latéral monotone

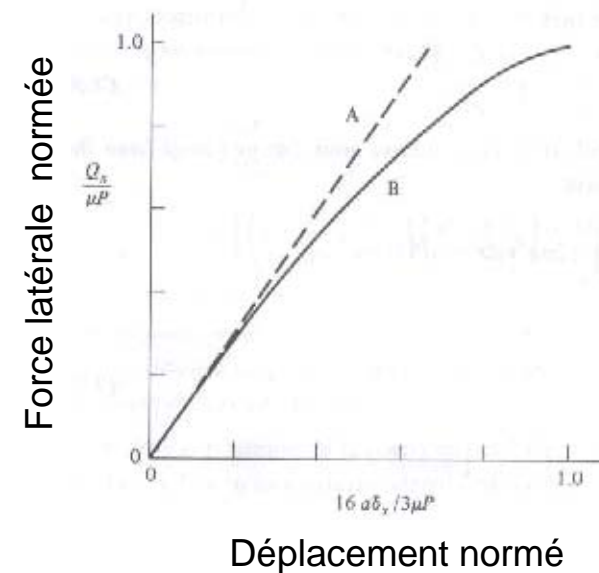
Contact linéique cylindre/cylindre  $Q < \mu P$



Contact sphère/plan  $Q < \mu P$

A : pas de glissement

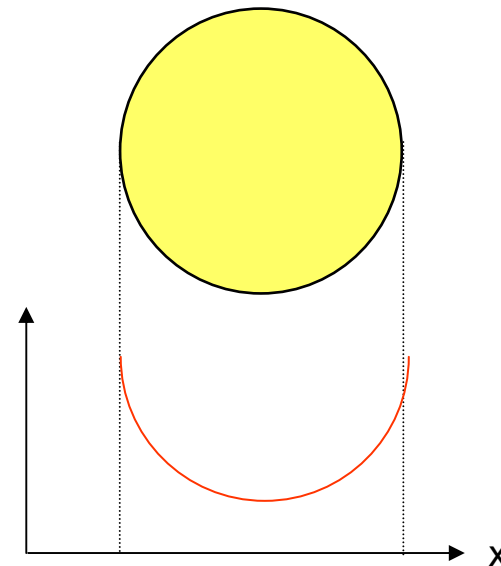
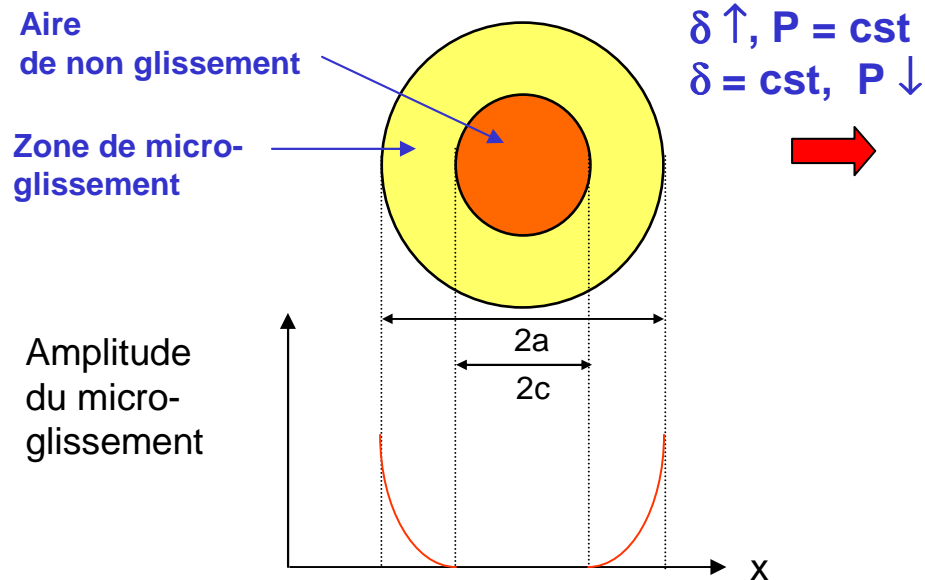
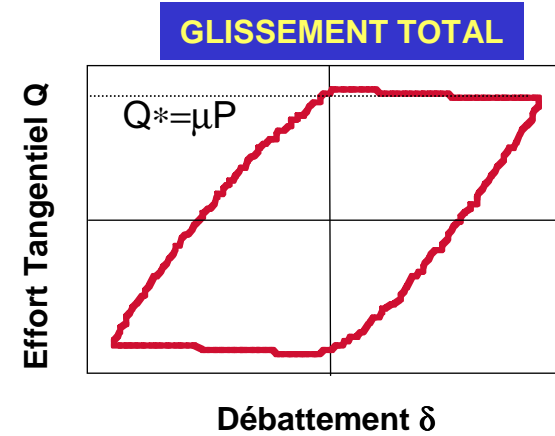
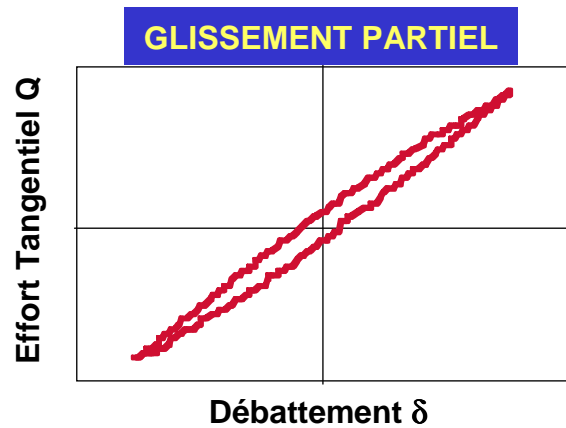
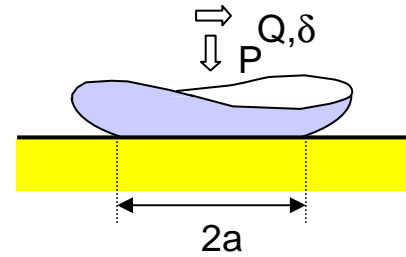
B : micro-glissement



Théorie de Mindlin (1953)

- chargement latéral oscillant

Chargement latéral périodique  $\delta(t) \ll 2a$



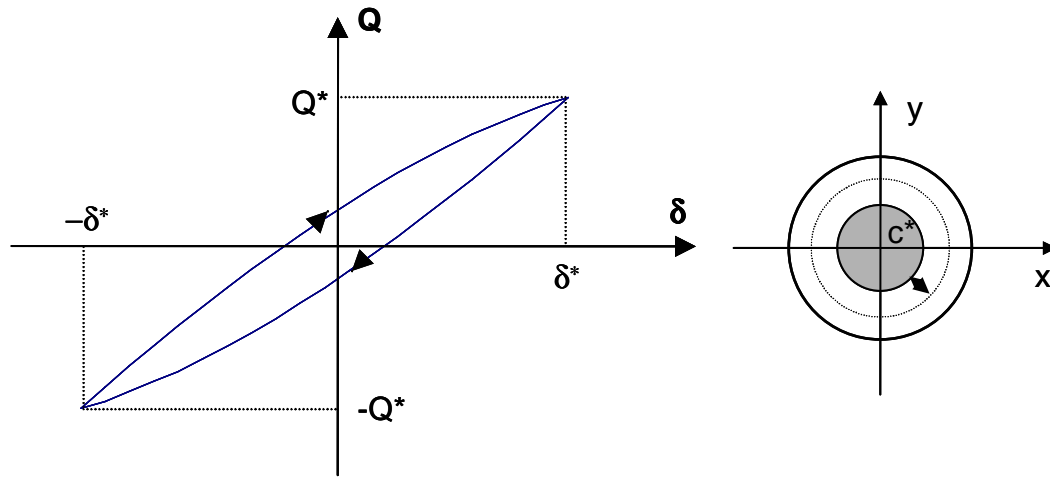
## Théorie de Mindlin (1953)

Solide élastiques, pas d'adhésion (contact hertzien)

Application locale de la loi de Coulomb :

Chargements normal et tangentiel découplés

$$q(x,y) = \mu p(x,y)$$



Cycles effort tangentiel/débattement

Aire de Contact

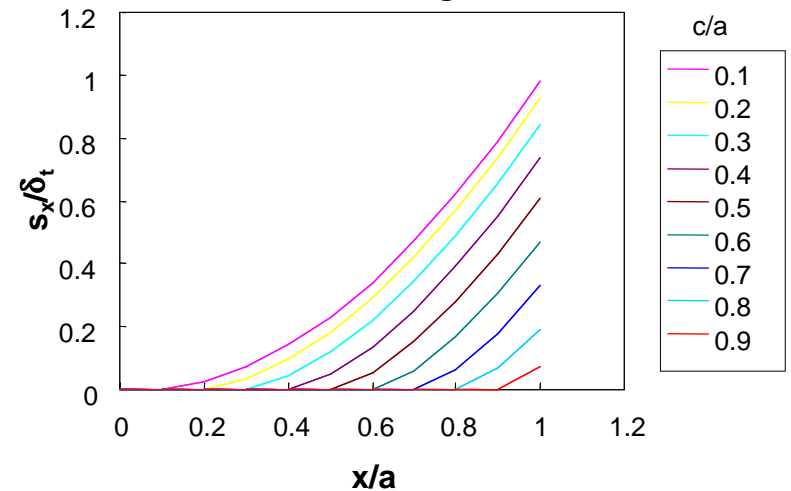
Débattement critique

à la transition glissement partiel/glissement total  $\delta_t$ :

$$\delta_t = \frac{K_1 \mu P}{a}$$

$$K_1 = \frac{3}{16} \left( \frac{2 - \nu_1}{G_1} + \frac{2 - \nu_2}{G_2} \right)$$

Profils de micro-glissement

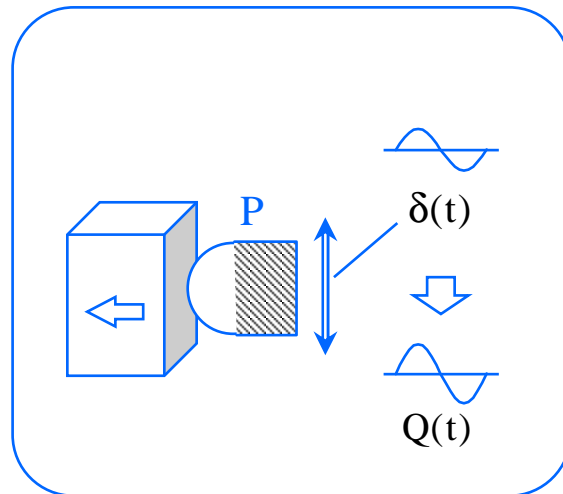


rayon de la zone collée c:

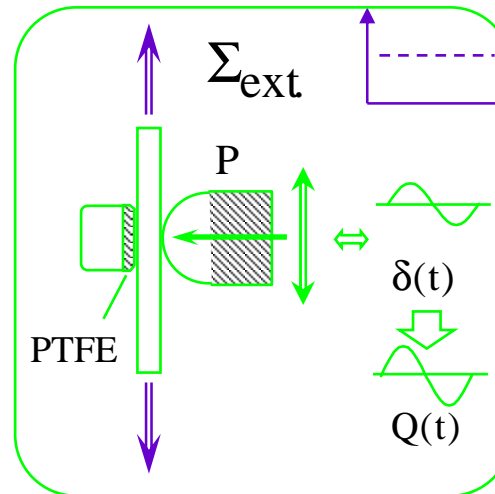
$$\frac{c}{a} = \left( 1 - \frac{Q}{\mu P} \right)^{1/3}$$

## Definitions

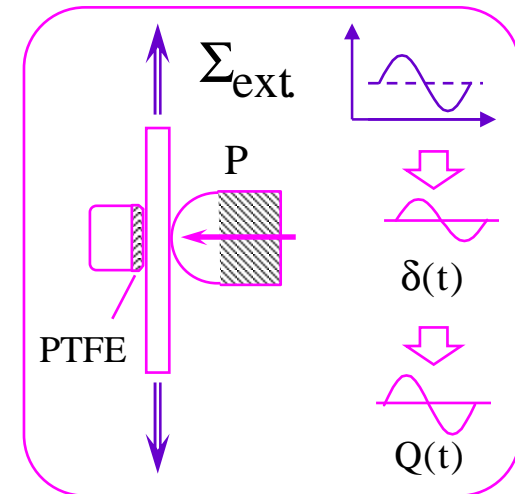
fretting wear



fretting wear  
on pre-stressed  
specimen



fretting fatigue



$\Sigma_{ext.} = \text{Constant}$

$\Sigma_{ext.} = \text{Variable}$



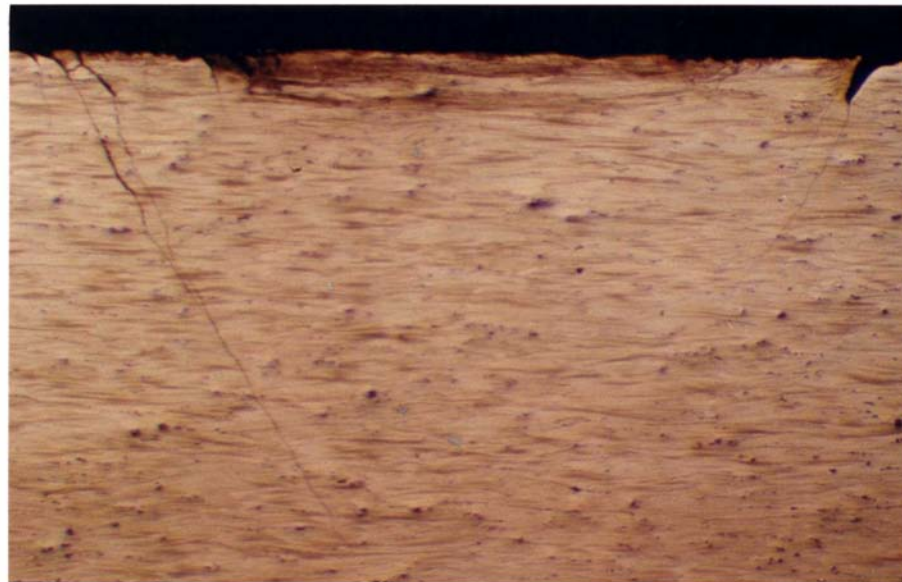
Wear Induced by Fretting    Cracking Induced by Fretting



## Endommagement par fretting

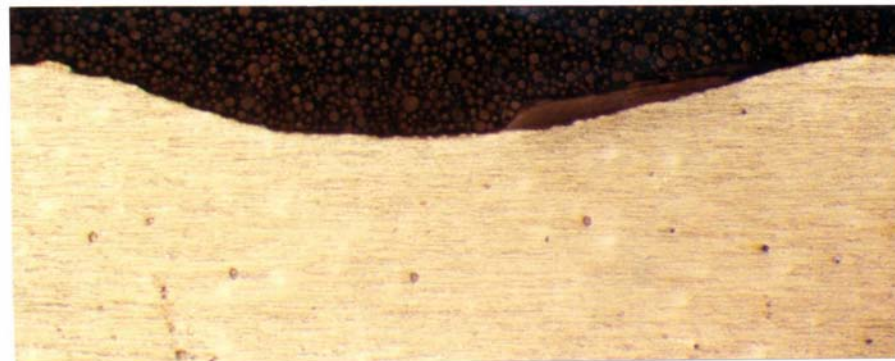
---

Aluminium alloy



2000µm

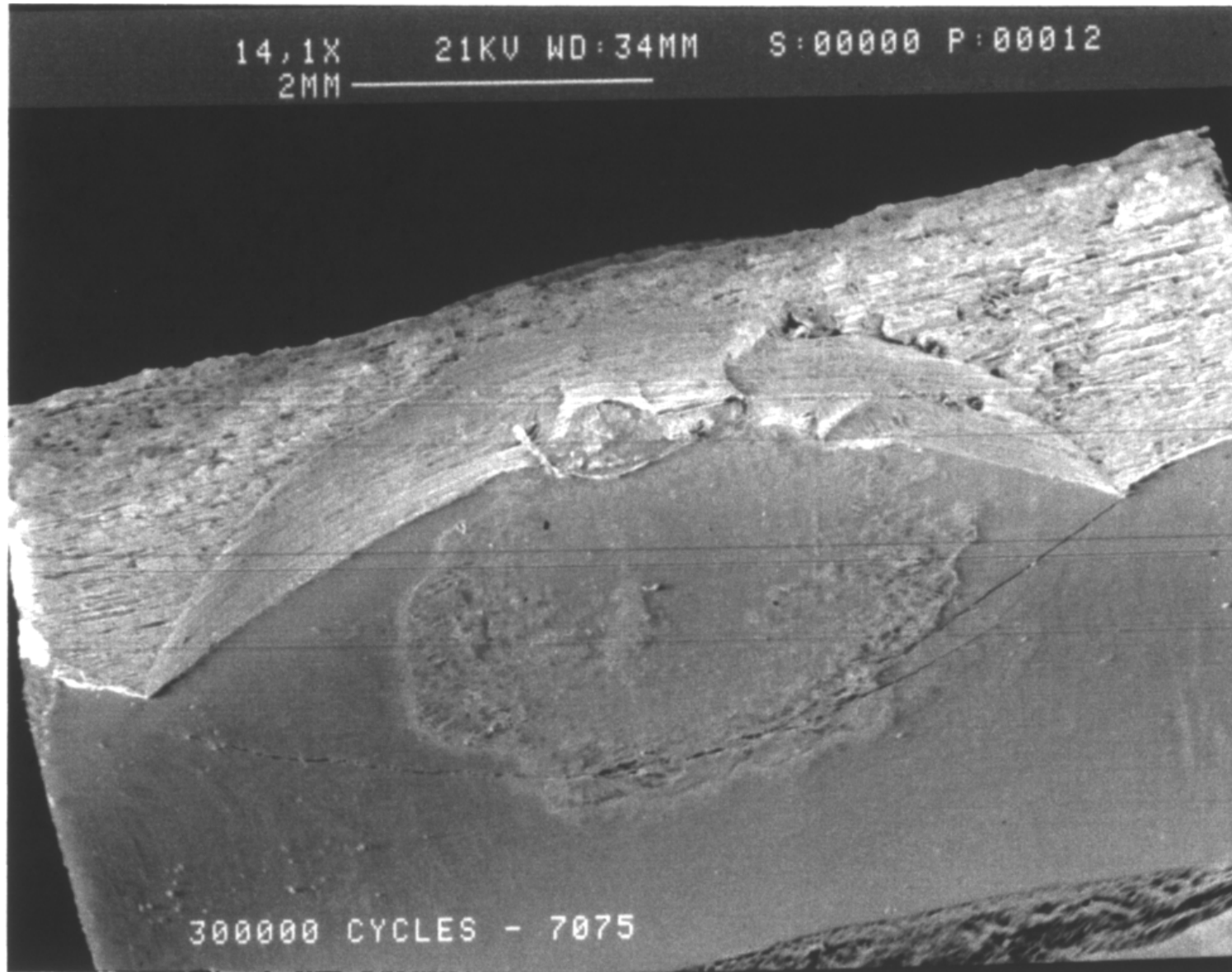
Cracking



400µm

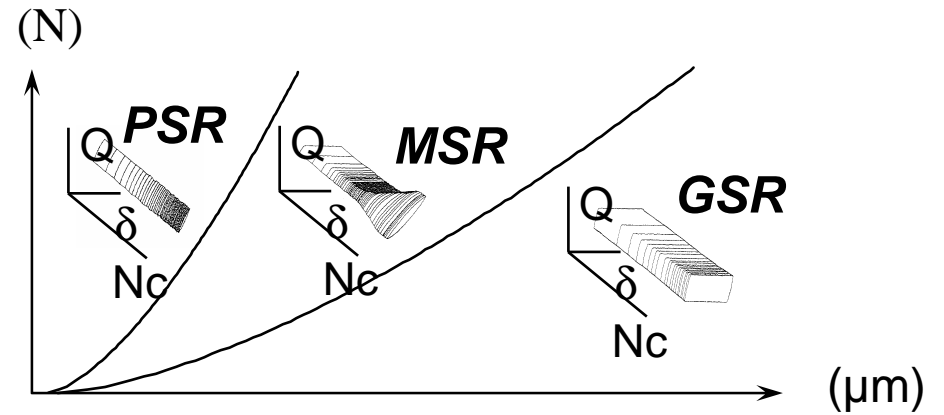
Wear

## Cracking Induced by Fretting

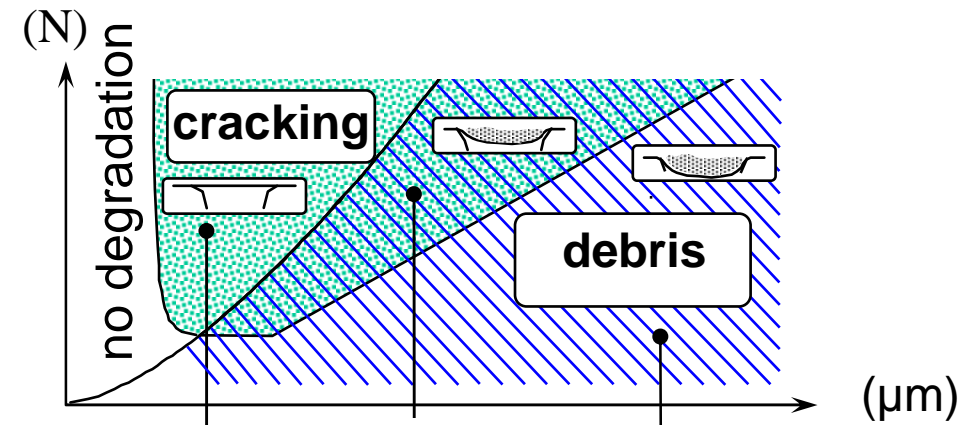


# CARTES DE FRETTING

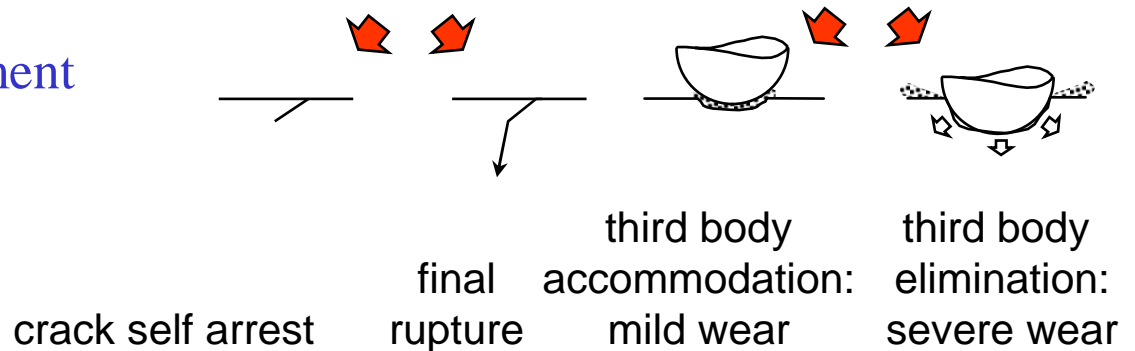
Cartes de sollicitation locale



Carte de réponse du matériau

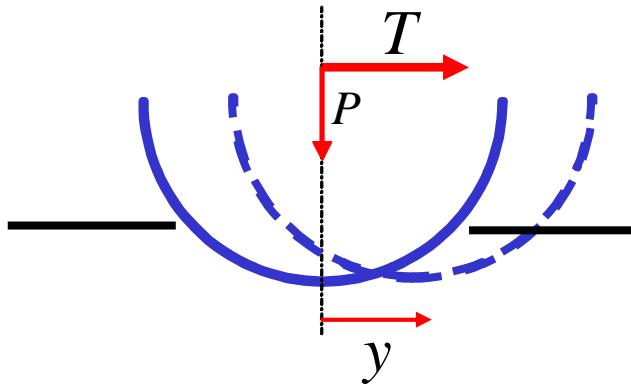


Evolution de l'endommagement



# La transition vers le glissement / Contact élastique adhésif

## Traitement approché // I



Indépendance // et  $\perp$   
paramètre de Dundurs  
 $E_1 = \infty$  et  $\nu_2 = 1/2$

Énergie totale :

$$U \approx -P \delta - w a^2 + E (\delta/a)^2 a^3 + E (y/a)^2 a^3 - Ty$$
$$\delta \approx a^2 / R$$

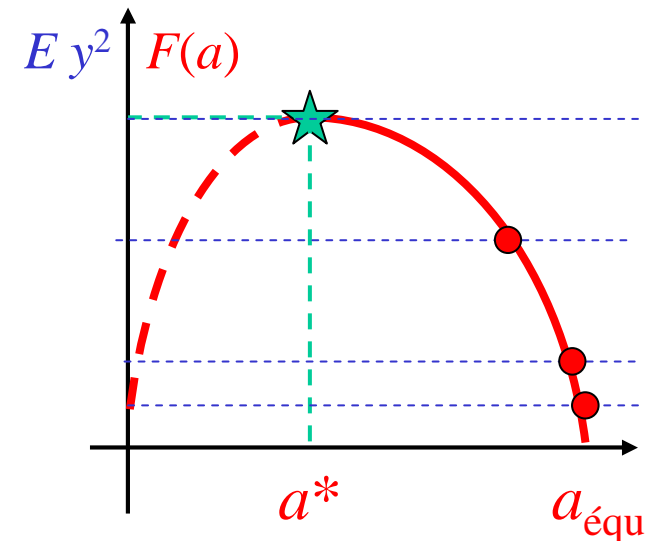
Equilibre :  $E y^2 = (P + wR) a/R - E a^4/R^2 = F(a)$

Stabilité :  $F'(a) < 0$

Résolution graphique

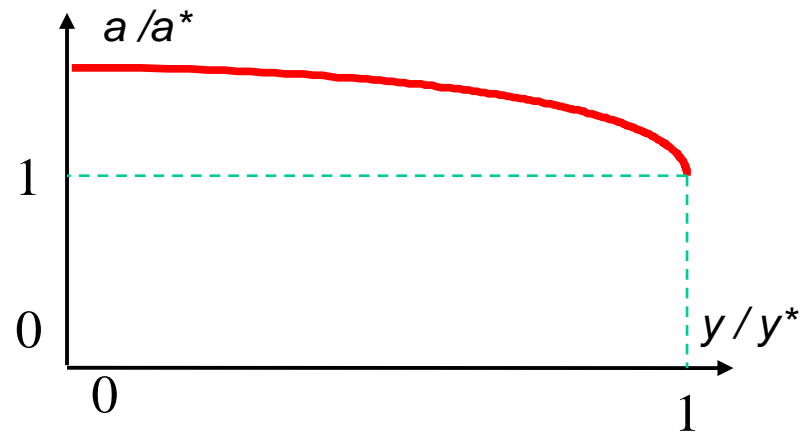
$$a^* = (P_{\text{eff}} R/E)^{1/3}$$

$$y^* = (P_{\text{eff}}^2/E^2 R)^{1/3}$$



# La transition vers le glissement / Contact élastique adhésif

## Traitement approché / II



$$a^* = (P_{\text{eff}} R / E)^{1/3}$$

$$y^* = (P_{\text{eff}}^2 / E^2 R)^{1/3}$$

Déformation latérale à l'instabilité :

$$\epsilon_y^* \sim (y^* / a^*) = (P_{\text{eff}} / R^2 E)^{1/3}$$

Ex. :  $P = 0$  /  $w = 50 \text{ mJ/m}^2$  /  $R = 10 \text{ nm}$  (AFM)

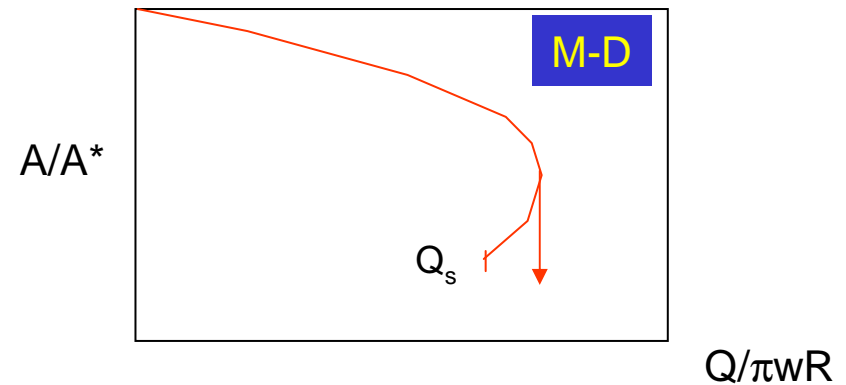
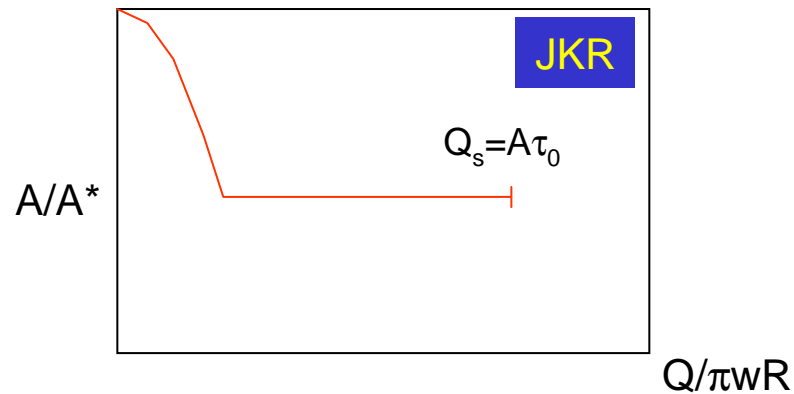
$E = 1 \text{ GPa}$  :  $\epsilon_y^* \sim 10 \%$

$E = 1 \text{ MPa}$  :  $\epsilon_y^* \sim 100 \%$  !!!

- Au voisinage de  $y = 0$ ,  $a$  varie peu  
→ mesure de raideur latérale : caractérisation viscoélastique
- $y^*$  : caractérisation +/- qualitative de  $w/E$

# La transition vers le glissement / Contact élastique adhésif

## Pelage du contact / résultats théoriques



## Frottement statique d'une sphère en verre sur du caoutchouc naturel

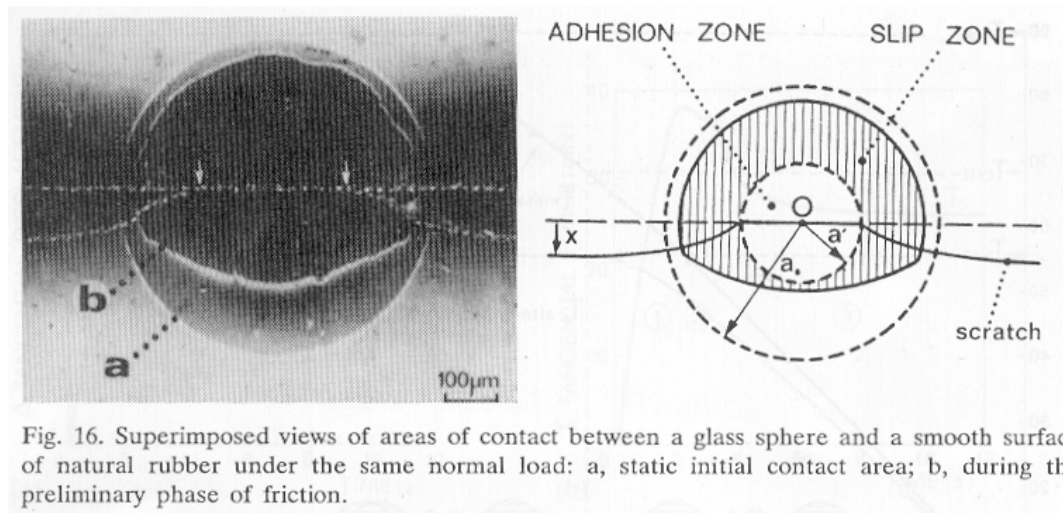
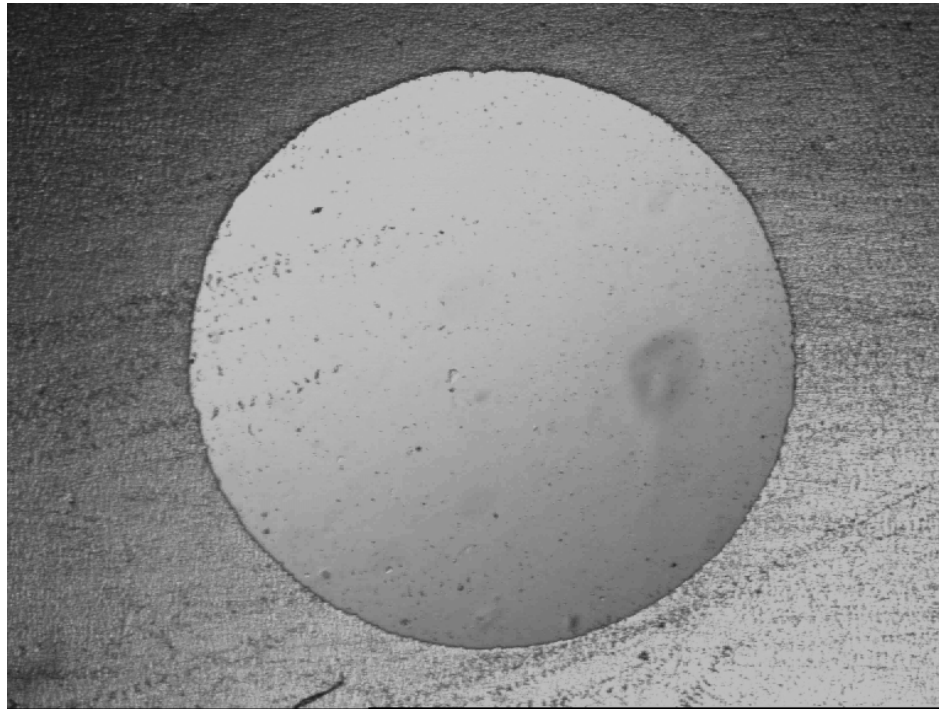


Fig. 16. Superimposed views of areas of contact between a glass sphere and a smooth surface of natural rubber under the same normal load: a, static initial contact area; b, during the preliminary phase of friction.



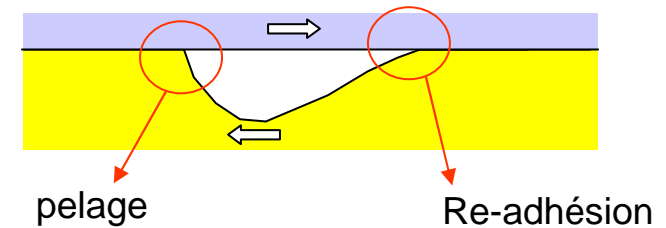
# Ondes de Schallamach (1971)



$$V > V_c$$

$V_c = f$  (Adhésion, géométrie, propriétés élastiques, charge, température...)

## Bilan d'énergie



$$VQ = nFv$$

$$G \propto F/l \propto v^n \text{ (pelage)}$$

$$VQ / nl \propto v^n$$

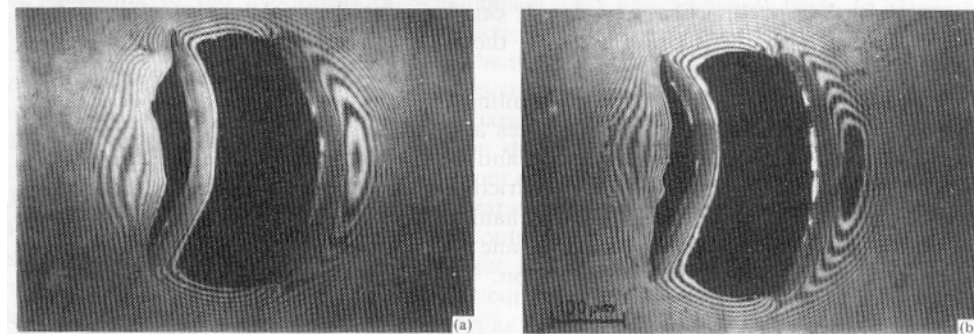
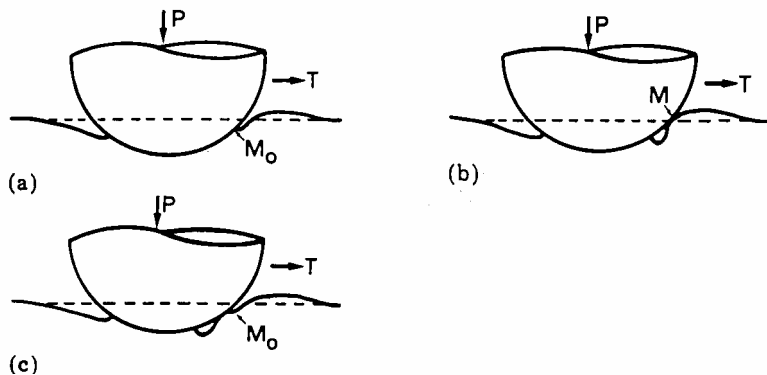


Fig. 22. Views of Newton's rings illustrating the detachment folds phenomenon (Schallamach's waves) on a polyurethane plate: (a) formation of a viscoelastic bulge at the leading edge; (b) adhesion of this bulge to the rigid sphere.